

# ÇARPANLARA AYIRMA

## ÇARPANLARA AYIRMA

İçerisinde bilinmeyen bulunan ve bilinmeyenlerin her değeri için daima doğru olan eşitliklere **özdeşlik** denir.

**Örneğin;**

$5x - 10 = 5(x - 2)$  eşitliği bir özdeşlidir.

$(x + y)^2 = x^2 + xy + y^2$  eşitliği bir özdeşlik değildir.

Çünkü  $x = 2$  ve  $y = 1$  seçildiğinde,

$$(2 + 1)^2 = 2^2 + 2 \cdot 1 + 1^2$$

$$3^2 = 4 + 2 + 1$$

$9 \neq 7$  olduğundan özdeşlik belirtmez.

$g(x) \neq 1$ ,  $h(x) \neq 1$  olmak üzere,

$f(x) = g(x) \cdot h(x)$  şeklinde yazılabilir.

$f(x)$  çarpanlarına ayrılmış olur.  $g(x)$  ve  $h(x)$ ,  $f(x)$  in çarpanlarıdır.

**Örneğin;**

$$\underbrace{x^2 + x}_{f(x)} = \underbrace{x \cdot (x + 1)}_{g(x) h(x)}$$
 olduğu düşünüldüğünde,

$x^2 + x$  in çarpanlarına ayrılmış şekli  $x \cdot (x + 1)$  dir.

Ancak

$x^2 + x + 2 = x(x + 1) + 2$  ise iki fonksiyonun çarpımı şeklinde yazılamadığından çarpanlarına ayrılmış olmaz.

## ÇARPANLARA AYIRMA METODLARI

### 1- Ortak Çarpan Parantezine Alma:

Toplam ya da fark durumundaki ifadelerin hepsinde aynı terim varsa, o terimi diğerleri ile çarpım şeklinde yazabiliriz.

$$f(x) \cdot g(x) \mp f(x) \cdot h(x) = f(x)[g(x) \mp h(x)]$$

### ÖRNEK - 1

Aşağıdaki ifadeleri ortak çarpan parantezlerine alarak çarpanlara ayırınız.

- a)  $2x + 2y + 4z$
- b)  $x^2 + 2x$
- c)  $5x - 10y$
- d)  $3x - 3y + 9$



- a)  $2x + 2y + 4z = 2(x + y + 2z)$
- b)  $x^2 + 2x = x(x + 2)$
- c)  $5x - 10y = 5(x - 2y)$
- d)  $3x - 3y + 9 = 3(x - y + 3)$

### ÖRNEK - 2

$$2x^3 - 4x^2 + 6x$$

ifadesini çarpanlara ayırınız.



$2x^3 - 4x^2 + 6x$  ifadesinde her terimdeki ortak çarpan  $2x$  tır.

$$2x(x^2 - 2x + 3)$$

### ÖRNEK - 3

$$8a^2b - 12ab^2$$

ifadesini çarpanlarına ayırınız.



$8a^2b - 12ab^2$  ifadesindeki her terimdeki ortak çarpan  $4ab$  dir.

$$4ab(2a - 3b)$$

## ÇARPANLARA AYIRMA

### ÖRNEK - 4

$$6ab^3 + 4a^2b^2 - 8ab$$

ifadesini çarpanlara ayırınız.



$6ab^3 + 4a^2b^2 - 8ab$  ifadesindeki her terimdeki ortak çarpan  $2ab$  dir.

$$2ab(3b^2 + 2ab - 4)$$

### ÖRNEK - 5

$$519.800 - 519.790$$

İşleminin sonucu kaçtır?



$519.800 - 519.790$  ifadesinde ortak terim 519 dur.

$$519(800 - 790)$$

$519.10 = \textcolor{red}{5190}$  bulunur.

#### KURAL

$$a - b = -(-a + b) = -(b - a)$$

**Örneğin;**

$$5 - y = -(y - 5)$$

$$x - y - z = -(y + z - x)$$

$$15 - x^2 = -(x^2 - 15)$$

$x^2 - y^2 = -(y^2 - x^2)$  dir.

#### KURAL

$$(a - b)^2 = (b - a)^2$$

**Örneğin;**

$$(5 - x)^2 = (x - 5)^2$$

$$(a - b - c)^2 = (b + c - a)^2$$

$$(x^2 - y^2)^2 = (y^2 - x^2)^2$$



### 2- Gruplandırarak Çarpanlara Ayırma:

Bir fonksiyonun her teriminde ortak çarpan yoksa, ortak çarpanı olan terimler bir araya getirilir ve ortak çarpan parantezine alınır.

$$ax + ay + bx + by$$

ifadesinde ilk iki terim  $a$  ortak parantezine son iki terim  $b$  ortak parantezine alındığında,

$$a(x + y) + b(x + y)$$

$x + y$  ortak çarpan parantezine alındığında

$$(x + y)(a + b)$$
 elde edilir.

### ÖRNEK - 6

$$ab + 2a + 3b + 6$$

ifadesini çarpanlara ayırınız.



$ab + 2a + 3b + 6$  ilk iki terim  $a$  ve son iki terim 3 parantezine alınır,

$$a(b + 2) + 3(b + 2)$$

$b + 2$  ortak çarpan parantezine alındığında

$$(b + 2)(a + 3)$$

### ÖRNEK - 7

$$x^2 + 2x - xy - 2y$$

ifadesini çarpanlara ayırınız.



$$x^2 + 2x - xy - 2y$$

$$x(x + 2) - y(x + 2)$$

$$(x + 2)(x - y)$$

## ÇARPANLARA AYIRMA

### ÖRNEK - 8

$$4a(b^2 + 1) + b(16 + a^2)$$

ifadesini çarpanlara ayırınız.

*Cözüm:*

$$4a(b^2+1) + b(16+a^2)$$

$$4ab^2 + 4a + 16b + ba^2$$

$$4b(ab + 4) + a(4 + ab)$$

$$(4 + ab).(4b + a)$$

### ÖRNEK - 9

$$(a - b)^2 \cdot (b - c) - (c - b)^2 \cdot (b - a)$$

ifadesini çarpanlara ayırınız.

*Cözüm:*

$$(a - b)^2 = (b - a)^2$$

$$(c - b)^2 = (b - c)^2 \text{ dir.}$$

$$(b - a)^2(b - c) - (b - c)^2(b - a)$$

$$(b - a)(b - c)[b - a - (b - c)]$$

$$(b - a)(b - c)(c - a)$$

### ÖRNEK - 10

$$x + y = 6$$

$$y - z = 9$$

olduğuna göre,  $x^2 + xz + xy + yz$  işleminin sonucu kaçtır?



#### I. yol:

$$\begin{aligned} &x^2 + xz + xy + yz \\ &\quad \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \\ &x(x + z) + y(x + z) \\ &\quad \uparrow \\ &(x + z)(x + y) \end{aligned}$$

$(x + z)$  yi bulmak için  $x + y = 6$  ve  $y - z = 9$  denklemelerini taraf tarafa çıkarırsak.

$$\begin{aligned} x + y &= 6 \\ y - z &= 9 \\ x + z &= -3 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

$$(x + z)(x + y) = -18 \text{ bulunur.}$$

#### II. yol:

Bu tip sorularda soruda verilen eşitlikleri sağlayacak şekilde değişkenlere rastgale sayılar verilebilir.

$$\begin{aligned} x + y &= 6 \\ y - z &= 9 \end{aligned} \left\{ \begin{array}{l} x = 6, y = 0, z = -9 \text{ olsun.} \end{array} \right.$$

$$\begin{aligned} x^2 + xz + xy + yz &= 6^2 + 6 \cdot (-9) + 6 \cdot 0 + 0 \cdot (-9) \\ &= 36 - 54 \\ &= -18 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

**(2012 LYS – 1)**

$$\frac{x(y+z) + z(y-x)}{x^2 + xy + xz + yz}$$

ifadesinin sadeleşmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\frac{x}{x+y}$       B)  $\frac{y}{x+y}$       C)  $\frac{z}{x+z}$   
 D)  $\frac{y}{x+y}$       E)  $\frac{y}{y+z}$



$$\begin{aligned} \frac{x(y+z) + z(y-x)}{x^2 + xy + xz + yz} &= \frac{xy + xz + yz - xz}{x(x+y) + z(x+y)} \\ &= \frac{y(x+z)}{(x+y)(x+z)} = \frac{y}{x+y} \end{aligned}$$

**Cevap : D**

3- Özdeşliklerden Yararlanılarak Çarpanlara Ayırma:

Bilinmeyene verilen özel değerler için sağlanan eşitliklere denklem, bilinmeyene verilen her değer için sağlanan eşitliklere **özdeşlik** denir.

**Örnek:**

$$3x - 9 = 0 \text{ eşitliği}$$

$$3x = 9$$

$x = 3$  için sağlandığından denklemdir.

Ancak

$x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$  eşitliği her  $x, y$  reel sayısı için sağlandığından özdeşlidir.

### İki Kare Farkı Özdeşliğinden Yararlanılarak Çarpanlara Ayırma

**KURAL**

$$A^2 - B^2 = (A - B).(A + B)$$

**Örnek:**

$$\star a^2 - 1 = a^2 - 1^2 = (a - 1)(a + 1)$$

$$\star x^2 - 4 = x^2 - 2^2 = (x - 2)(x + 2)$$

$$\star x^2 - (y + 3)^2 = (x - y - 3)(x + y + 3)$$

$$\begin{aligned} \star (2x + 1)^2 - (x - 5)^2 &= (2x + 1 - x + 5)(2x + 1 + x - 5) \\ &= (x + 6)(3x - 4) \end{aligned}$$

$$\star 64y^2 - 25x^2 = (8y)^2 - (5x)^2 = (8y - 5x)(8y + 5x)$$

$$\star 4x^2 - \frac{1}{16} = (2x)^2 - \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \left(2x - \frac{1}{4}\right)\left(2x + \frac{1}{4}\right)$$

$$\star x^2 - 5 = x^2 - (\sqrt{5})^2 = (x - \sqrt{5})(x + \sqrt{5})$$

$$\star a - b = (\sqrt{a})^2 - (\sqrt{b})^2 = (\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b})$$

$$\star (a^3 - b)(a^3 + b) = (a^3)^2 - b^2 = a^6 - b^2$$

$$\star (\sqrt{x} - y)(\sqrt{x} + y) = (\sqrt{x})^2 - y^2 = x - y^2$$

$$\star (a^2 - 3)(a^2 + 3) = (a^2)^2 - 3^2 = a^4 - 9$$

**ÖRNEK - 11**

$203^2 - 201^2$  işleminin sonucu kaçtır?



$$\begin{aligned} 203^2 - 201^2 &= (203 - 201)(203 + 201) \\ &= 2 \cdot 404 \\ &= 808 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

**ÖRNEK - 12**

$\frac{1001^2 - 1}{1002}$  işleminin sonucu kaçtır?



$$\frac{(1001 - 1)(1001 + 1)}{1002} = \frac{1000 \cdot 1002}{1002} = 1000$$

**ÖRNEK - 13**

$$\frac{(298^2 - 98^2) - 200.392}{2.a} = 16$$

olduğuna göre, a kaçtır?



$$\frac{(298 - 98)(298 + 98) - 200.392}{2.a} = 16$$

$$\frac{200.396 - 200.392}{2.a} = 16$$

$$\frac{200(396 - 392)}{2.a} = 16$$

$$200 \cdot 4 = 32a$$

$$\frac{200 \cdot 4}{32} = \frac{32.a}{32}$$

$$a = 25 \text{ bulunur.}$$

## ÇARPANLARA AYIRMA

### ÖRNEK - 14

$$\frac{4^x - 25}{2^x - 5} = 69$$

eşitliğini sağlayan x değeri kaçtır?



$$4^x - 25 = (2^x)^2 - (5)^2 = (2^x - 5)(2^x + 5)$$

$$\frac{4^x - 25}{2^x - 5} = 69$$

$$\frac{(2^x - 5)(2^x + 5)}{2^x - 5} = 69$$

$$2^x + 5 = 69$$

$$2^x = 64$$

$x = 6$  bulunur.

Tamkare Özdeşliğinden Yararlanılarak

Çarpanlara Ayırma:

$$(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$$

$$(A - B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$$

#### KURAL

$$(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$$

$$(A - B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$$

#### Örnek;

Aşağıdaki ifadelerin eşitlerini bulalım.

$$\star \quad (x + 5)^2 = x^2 + 2.x.5 + 5^2 \\ = x^2 + 10x + 25$$

$$\star \quad \left(\frac{1}{3} - 2\sqrt{3}\right)^2 = \left(\frac{1}{3}\right)^2 - 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot 2\sqrt{3} + (2\sqrt{3})^2$$

$$= \frac{1}{9} - \frac{4\sqrt{3}}{3} + 12$$

$$\star \quad \left(2x - \frac{3}{x}\right)^2 = (2x)^2 - 2.2x \cdot \frac{3}{x} + \left(\frac{3}{x}\right)^2$$

$$= 4x^2 - 12 + \frac{9}{x^2}$$

$$= 4x^2 + \frac{9}{x^2} - 12$$

### ÖRNEK - 15

$$x = \frac{1}{4} \text{ ve } y = \frac{3}{8} \text{ olduğuna göre,}$$

$$\frac{x^2 + 2xy + y^2}{x^2 - 2xy + y^2} \text{ ifadesinin değeri kaçtır?}$$



$$x^2 + 2xy + y^2 = (x + y)^2$$

$$x^2 - 2xy + y^2 = (x - y)^2$$

$$\frac{x^2 + 2xy + y^2}{x^2 - 2xy + y^2} = \frac{(x+y)^2}{(x-y)^2} = \left(\frac{x+y}{x-y}\right)^2 \text{ dir.}$$

$x$  ve  $y$  değerlerini yazdığımızda,

$$\left(\frac{\frac{1}{4} + \frac{3}{8}}{\frac{1}{4} - \frac{3}{8}}\right)^2 = \left(\frac{\frac{5}{8}}{-\frac{1}{8}}\right)^2$$

$$= (-5)^2 = 25 \text{ bulunur.}$$

## ÇARPANLARA AYIRMA

### ÖRNEK - 16

$$4a^2 - 12ab + 9b^2$$

ifadesini tam kare şeklinde yazınız.



$$4a^2 - 12ab + 9b^2$$

$$(2a)^2 \quad (3b)^2$$

Carpımlarının  
iki katı ortadaki  
terimi verdiginden

$$4a^2 - 12ab + 9b^2 = (2a - 3b)^2 \text{ dir.}$$

### ÖRNEK - 17

$$x^2 - 4y^2 + 2x + 1$$

ifadesini çarpanlara ayırınız.



$$\underline{x^2} - 4y^2 + \underline{2x} + \underline{1} = x^2 + 2x + 1 - 4y^2$$

$$= (x + 1)^2 - (2y)^2$$

$$= (x + 1 - 2y)(x + 1 + 2y)$$

$$= (x - 2y + 1)(x + 2y + 1)$$

### ÖRNEK - 18

x ve y gerçek sayılar olmak üzere,

$$x^2 + 4y^2 - 6x + 4y + 13$$

ifadesinin alabileceği en küçük değer kaçtır?



$$x^2 + 4y^2 - 6x + 4y + \underline{13}$$

$$9 + 1 + 3$$

$$= x^2 - 6x + 9 + 4y^2 + 4y + 1 + 3$$

$$= (x - 3)^2 + (2y + 1)^2 + 3$$

$(x - 3)^2$  ve  $(2y + 1)^2$  nin alabileceği en küçük değer sıfır olduğundan,

$$\underbrace{(x - 3)^2}_0 + \underbrace{(2y + 1)^2}_0 + 3 = 3$$

$x^2 + 4y^2 - 6x + 4y + 13$  ifadesinin en küçük değeri 3'tür.

### (2012 LYS - 1)

x ve y gerçek sayıları için,

$$\begin{aligned} x^2 - 4y &= -7 \\ y^2 - 2x &= 2 \end{aligned}$$

olduğuna göre, x + y toplamı kaçtır?

- A) 3      B) 4      C) 5      D)  $\frac{4}{3}$       E)  $\frac{5}{3}$



$$\begin{array}{r} x^2 - 4y = -7 \\ + y^2 - 2x = 2 \\ \hline x^2 - 4y + y^2 - 2x = -5 \end{array}$$

$$x^2 - 2x + y^2 - 4y + 5 = 0$$

$$1 + 4$$

$$x^2 - 2x + 1 + y^2 - 4y + 4 = 0$$

$$\underbrace{(x - 1)^2}_0 + \underbrace{(y - 2)^2}_0 = 0$$

$$x - 1 = 0, \quad y - 2 = 0$$

$$x = 1, \quad y = 2$$

$x + y = 1 + 2 = 3$  bulunur.

Cevap : A

### ÖRNEK - 19

$$\sqrt{2^{16} + 2^9 + 1}$$

işleminin sonucu kaçtır?



$$\sqrt{(2^8)^2 + 2 \cdot 2^8 \cdot 1 + 1^2} = \sqrt{(2^8 + 1)^2}$$

$$= 2^8 + 1$$

$$= 257 \text{ dir.}$$

## ÇARPANLARA AYIRMA

### ÖRNEK - 20

$$\sqrt{142 + \frac{1}{144}}$$

işleminin sonucu kaçtır?



$142 = a$  olsun.  $144 = a + 2$  olur.

$$\begin{aligned}\sqrt{142 + \frac{1}{144}} &= \sqrt{a + \frac{1}{a+2}} = \sqrt{\frac{a^2 + 2a + 1}{a+2}} \\ &= \sqrt{\frac{(a+1)^2}{a+2}} \\ &= \frac{a+1}{\sqrt{a+2}}\end{aligned}$$

$a = 142$  yazıldığında

$$=\frac{142+1}{\sqrt{142+2}}=\frac{143}{\sqrt{144}}=\frac{143}{12} \text{ bulunur.}$$

### ÖRNEK - 21

$$a + b = 10$$

$$a.b = 7$$

olduğuna göre,  $a^2 + b^2$  kaçtır?



$a + b = 10$  (her iki tarafın karesini alalım)

$$(a+b)^2 = (10)^2 \quad a^2 + b^2 + \underbrace{2ab}_{7} = 100$$

$$a^2 + b^2 = 86 \text{ bulunur.}$$

### ÖRNEK - 22

$x - \frac{1}{x} = 5$  olduğuna göre,  $x^2 + \frac{1}{x^2}$  nin eşiti kaçtır?



$x^2 + \frac{1}{x^2}$  yi bulmak için,  $x - \frac{1}{x} = 5$  ifadesinde her iki tarafın karesini alalım.

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = (5)^2$$

$$x^2 - 2.x.\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = 25$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 25 + 2$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 27 \text{ bulunur.}$$

### ÖRNEK - 23

$x + \frac{3}{x} = 7$  olduğuna göre,  $x^2 + \frac{9}{x^2}$  nin eşiti kaçtır?



$x + \frac{3}{x} = 7$  her iki tarafın karesini alalım.

$$\left(x + \frac{3}{x}\right)^2 = (7)^2$$

$$x^2 + 2.x.\frac{3}{x} + \frac{9}{x^2} = 49$$

$$x^2 + 6 + \frac{9}{x^2} = 49$$

$$x^2 + \frac{9}{x^2} = 43 \text{ bulunur.}$$

## ÇARPANLARA AYIRMA

### ÖRNEK - 24

$x^2 - 4x + 5 = 0$  olduğuna göre,  $x^2 + \frac{25}{x^2}$  kaçtır?



$x^2 - 4x + 5 = 0$  denkleminde eşitliğin her iki tarafını  $x$  ile böldüğümüzde,

$$\frac{x^2}{x} - \frac{4x}{x} + \frac{5}{x} = \frac{0}{x}$$

$$x - 4 + \frac{5}{x} = 0$$

$x + \frac{5}{x} = 4$  her iki tarafın karesini alalım.

$$\left(x + \frac{5}{x}\right)^2 = 4^2$$

$$x^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{5}{x} + \frac{25}{x^2} = 16$$

$$x^2 + \frac{25}{x^2} = 16 - 10 = x^2 + \frac{25}{x^2} = 6 \text{ bulunur.}$$

### ÖRNEK - 25

$x - \frac{1}{2x} = 5$  olduğuna göre,  $4x^2 + \frac{1}{x^2}$  eşiti kaçtır?



$x - \frac{1}{2x} = 5$  eşitliğinde her iki tarafını 2 ile çarpalım.

$2x - \frac{1}{x} = 10$  elde ettiğimiz eşitliğin her iki tarafının karesini alalım.

$$\left(2x - \frac{1}{x}\right)^2 = (10)^2$$

$$4x^2 - 2 \cdot 2x \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = 100$$

$$4x^2 + \frac{1}{x^2} = 100 + 4$$

$$4x^2 + \frac{1}{x^2} = 104 \text{ bulunur.}$$

### ÖRNEK - 26

$x + \frac{1}{x-2} = 7$  ise,  $(x-2)^2 + \frac{1}{(x-2)^2}$  kaçtır?



$x + \frac{1}{x-2} = 7$  eşitliğin her iki tarafından 2 çıkardığımızda,

$$x - 2 + \frac{1}{x-2} = 7 - 2$$

$x - 2 + \frac{1}{x-2} = 5$  eşitliğin her iki tarafının karesi alınlığında,

$$\left(x - 2 + \frac{1}{x-2}\right)^2 = (5)^2$$

$$(x-2)^2 + 2 \cdot (x-2) \cdot \frac{1}{(x-2)} + \frac{1}{(x-2)^2} = 25$$

$$(x-2)^2 + \frac{1}{(x-2)^2} = 23 \text{ bulunur.}$$

### ÖRNEK - 27

$x + \frac{1}{x} = 3$  olduğuna göre,  $x - \frac{1}{x}$  in eşitini bulalım.



I. yol:

$x + \frac{1}{x} = 3$  eşitliğinin her iki tarafının karesini alalım.

$$x^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = 9$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 7 \text{ bulunur.}$$

$x - \frac{1}{x} = A$  olsun. Her iki tarafın karesini aldığımızda,

$$x^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = A^2$$

$$x^2 - 2 + \frac{1}{x^2} = A^2 \text{ dir.}$$

$$\left( x^2 + \frac{1}{x^2} = 7 \text{ olduğundan} \right)$$

$$7 - 2 = A^2$$

$$A^2 = 5$$

$A = \pm \sqrt{5}$  bulunur.

**II. yol:**

**KURAL**

$$(A + B)^2 = (A - B)^2 + 4AB$$

$$(A - B)^2 = (A + B)^2 - 4AB$$

$$(A - B)^2 = (A + B)^2 - 4AB$$

$$A = x, B = \frac{1}{x} \text{ alındığında}$$

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4 \cdot x \cdot \frac{1}{x}$$

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = 3^2 - 4$$

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = 5$$

$$x - \frac{1}{x} = \pm \sqrt{5} \text{ bulunur.}$$

**KURAL**

$$(A + B + C)^2 = A^2 + B^2 + C^2 + 2(AB + AC + BC)$$

$$(A - B - C)^2 = A^2 + B^2 + C^2 + 2(-AB - AC + BC)$$

**Örnek;**

$$(3x - y + z)^2 = 9x^2 + y^2 + z^2 + 2(-3xy + 3xz - yz)$$

$$(2x - 3y + z)^2 = 4x^2 + 9y^2 + z^2 + 2(-6xy + 2xz - 3yz)$$

$$(x - y - z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2(-xy - xz + yz)$$

**ÖRNEK - 28**

$$a + b - c = 12$$

$ab - ac - bc = -13$  olduğuna göre,

$a^2 + b^2 + c^2$  kaçtır?



$a + b - c = 12$  eşitliğinin her iki tarafının karesini alalım.

$$(a + b - c)^2 = 12^2$$

$$a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab - ac - bc) = 144$$

$$- 13$$

$$a^2 + b^2 + c^2 - 26 = 144$$

$$a^2 + b^2 + c^2 = 144 + 26$$

$$a^2 + b^2 + c^2 = 170 \text{ dir.}$$

**İki Küp Toplamı veya İki Küp Farkı Özdeşliğinden Yararlanılarak Çarpanlara Ayırma**

**KURAL**

$$A^3 + B^3 = (A + B)(A^2 - AB + B^2)$$

$$A^3 - B^3 = (A - B)(A^2 + AB + B^2)$$

**Örnek;**

$$\star \quad x^3 + 8 = x^3 + 2^3 = (x + 2)(x^2 - 2x + 2^2)$$

$$= (x + 2)(x^2 - 2x + 4)$$

$$\star \quad x^3 - 27 = x^3 - 3^3 = (x - 3)(x^2 + 3x + 3^2)$$

$$= (x - 3)(x^2 + 3x + 9)$$

$$\star \quad 125 - 64y^3 = 5^3 - (4y)^3$$

$$= (5 - 4y)(5^2 + 5 \cdot 4y + (4y)^2)$$

$$= (5 - 4y)(25 + 20y + 16y^2)$$

$$\star \quad 54a^3b^9 - 2 = 2(27a^3b^9 - 1) = 2(3^3a^3(b^3)^3 - 1)$$

$$= 2((3ab^3)^3 - 1)$$

$$= 2(3ab^3 - 1)((3ab^3)^2 + 3ab^3 + 1)$$

$$= 2(3ab^3 - 1)(9a^2b^6 + 3ab^3 + 1)$$

**ÖRNEK - 29**

$$a - b = 5, \quad a \cdot b = 5$$

olduğuna göre,  $a^3 - b^3$  kaçtır?



$$(a - b)^2 = (5)^2$$

$$a^2 + b^2 - 2ab = 25$$

$$a^2 + b^2 = 35$$

$$\begin{array}{c} 35 \\ \diagdown \quad \diagup \\ (a - b) (a^2 + ab + b^2) \\ \hline 5 \qquad \qquad 5 \end{array}$$

$$= 5 \cdot 40 = 200 \text{ bulunur.}$$

**ÖRNEK - 30**

$$x + \frac{1}{x} = 4 \text{ olduğuna göre, } x^3 + \frac{1}{x^3} \text{ kaçtır?}$$



$$\begin{aligned} x^3 + \frac{1}{x^3} &= \left(x + \frac{1}{x}\right) \left(x^2 - x \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}\right) \\ &= \left(x + \frac{1}{x}\right) \left(x^2 + \frac{1}{x^2} - 1\right) \end{aligned}$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} \text{ yi bulabilmek için } x + \frac{1}{x} = 4 \text{ eşitliğinde her}$$

tarafın karesini alalım.

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = (4)^2$$

$$x^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = 16$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 14$$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right) \left(x^2 + \frac{1}{x^2} - 1\right)$$

$$= 4(14 - 1)$$

$$= 4 \cdot 13$$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} = 52 \text{ bulunur.}$$

**(2011 YGS)**

Birbirinden farklı a ve b sayıları için

$$\frac{a^2}{b} - \frac{b^2}{a} = b - a$$

olduğuna göre,  $\frac{a}{b} + \frac{b}{a}$  ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -2      B) -1      C) 0      D) 1      E) 4



$$\frac{a^2}{b} - \frac{b^2}{a} = b - a$$

$$\frac{a^3 - b^3}{a \cdot b} = b - a$$

$$a^3 - b^3 = (b - a) \cdot ab$$

$$(a - b) \cdot (a^2 + ab + b^2) = (b - a) \cdot ab$$

$$a^2 + ab + b^2 = -ab$$

$$a^2 + b^2 = -2ab$$

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = \frac{a^2 + b^2}{ab} = \frac{-2ab}{ab} = -2$$

Cevap : A

**(2011 LYS - 1)**

$t^3 - 2 = 0$  olduğuna göre,  $\frac{1}{t^2 + t + 1}$  ifadesinin t türünden eşiği aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $t + 1$       B)  $t - 2$       C)  $t - 1$   
D)  $t^2 + 1$       E)  $t^2 + 3$



$$t^3 - 2 = 0$$

$$t^3 - 1 - 1 = 0$$

$$t^3 - 1 = 1$$

$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$  olduğundan

$$t^3 - 1 = (t - 1)(t^2 + t + 1) = 1$$

$$t - 1 = \frac{1}{t^2 + t + 1}$$

Cevap : C

## ÇARPANLARA AYIRMA

### ÖRNEK - 31

$$\frac{2003^3 + 1}{2003^2 - 2002}$$

İşleminin sonucu kaçtır?



$2003 = a$  olsun.  $2002 = a - 1$  olur.

$$\begin{aligned} \frac{a^3 + 1}{a^2 - (a - 1)} &= \frac{a^3 + 1^3}{a^2 - a + 1} - \frac{(a + 1)(a^2 - a + 1)}{a^2 - a + 1} \\ &= a + 1 \end{aligned}$$

a yerine 2003 yazdığımızda,

$$\begin{aligned} &= 2003 + 1 \\ &= 2004 \quad \text{bulunur.} \end{aligned}$$

### ÖRNEK - 32

$$\frac{1}{\sqrt[3]{36} - \sqrt[3]{6} + 1}$$

İşleminin eşiği nedir?



$\sqrt[3]{6} = a$  olsun.  $\sqrt[3]{36} = a^2$  olur.

$$\frac{1}{\sqrt[3]{36} - \sqrt[3]{6} + 1} = \frac{1}{a^2 - a + 1}$$

(pay ve paydayı  $a + 1$  ile çarpalım.)

$$\frac{a + 1}{(a^2 - a + 1)(a + 1)} = \frac{a + 1}{a^3 + 1} = \frac{\sqrt[3]{6} + 1}{(\sqrt[3]{6})^3 + 1}$$

$$\frac{\sqrt[3]{6} + 1}{7} \quad \text{bulunur.}$$

### ÖRNEK - 33

$$\frac{8^a + 1}{4^a - 2^a + 1} = 17$$

olduğuna göre, a kaçtır?



$$\frac{(2^a)^3 + 1}{(2^a)^2 - 2^a + 1} = 17$$

$$2^a = x \quad \text{olsun.}$$

$$\begin{aligned} \frac{x^3 + 1}{x^2 - x + 1} &= 17 \\ \frac{(x + 1)(x^2 - x + 1)}{x^2 - x + 1} &= 17 \end{aligned}$$

$$x + 1 = 17$$

$$x = 16$$

$$x = 2^a \quad \text{olduğundan,}$$

$$2^a = 16$$

$$a = 4 \quad \text{bulunur.}$$

### ÖRNEK - 34

$x \neq 2$  ve  $x^3 = 8$  olmak üzere,  
 $x^2 + 2x + 13$  işleminin sonucu kaçtır?



$$x^3 = 8$$

$$x^3 - 8 = 0$$

$$x^3 - 2^3 = (x - 2)(x^2 + 2x + 4) = 0 \quad \text{dir.}$$

$x - 2 \neq 0$  olduğundan  $x^2 + 2x + 4 = 0$  olmalıdır.

$$x^2 + 2x + 4 = 0 \quad \text{ise,}$$

$$x^2 + 2x = -4 \quad \text{tür.}$$

$$\begin{aligned} x^2 + 2x + 13 &= -4 + 13 \\ &\quad - 4 \\ &= 9 \quad \text{bulunur.} \end{aligned}$$

## ÇARPANLARA AYIRMA

### ÖRNEK - 35

$a^2 + a + 1 = 0$  olduğuna göre,  $a^{2014}$  ün a türünden eşiti nedir?



$a^2 + a + 1 = 0$  eşitliğinde her iki tarafı  $(a - 1)$  ile çarpalım.

$$(a - 1)(a^2 + a + 1) = 0 \quad (a - 1)$$

$$a^3 - 1 = 0$$

$$a^3 = 1 \text{ dir.}$$

$$a^{2014} = a \cdot (a^3)^{671}$$

$$= a \cdot (1)^{671}$$

= a bulunur.

### Terim Ekleyip Çıkararak Çarpanlara Ayırma

Terim eklenerek ifade tam kare yapılır, aynı terim çıkarılarak iki kare farkı elde edilir.

### ÖRNEK - 36

$x^4 + x^2 + 1$  ifadesini çarpanlarına ayırınız.



$x^4 + x^2 + 1$  ifadesinin tam kare olması için ortadaki terimin  $2x^2$  olması gereklidir. Bu nedenle ifadeye  $x^2$  ekleyip,  $x^2$  çıkaralım.

$$x^4 + x^2 + 1 + x^2 - x^2$$

$$x^4 + 2x^2 + 1 - x^2$$

$(x^2 + 1)^2 - x^2$  (iki kare farkı özdeşliğinden)

$$(x^2 + 1 - x)(x^2 + 1 + x)$$

O halde,

$$x^4 + x^2 + 1 = (x^2 - x + 1)(x^2 + x + 1)$$

### ÖRNEK - 37

$x^4 + 64$  ifadesini çarpanlara ayırınız.



$$(x^2 + 8)^2 = x^4 + 64 + 16x^2$$

verilen ifadeye  $16x^2$  ekleyip, çıkaralım.

$$x^4 + 64 + 16x^2 - 16x^2$$

$$x^4 + 16x^2 + 64 - 16x^2$$

$$(x^2 + 8)^2 - (4x)^2$$

İki kare farkı özdeşliğinden,

$$(x^2 + 8 - 4x)(x^2 + 8 + 4x)$$

O halde,

$$x^4 + 64 = (x^2 - 4x + 8)(x^2 + 4x + 8)$$

### ÖRNEK - 38

$x^4 + 5x^2 + 9$  ifadesini çarpanlara ayırınız.



$$(x^2 + 3)^2 = x^4 + 6x^2 + 9$$

verilen ifadeye  $x^2$  ekleyip çıkaralım.

$$x^4 + 5x^2 + 9 + x^2 - x^2$$

$$x^4 + 6x^2 + 9 - x^2$$

$(x^2 + 3)^2 - x^2$  (ifadesi iki kare farkı özdeşliğinden)

$(x^2 + 3 - x)(x^2 + 3 + x)$  olur. O halde,

$$x^4 + 5x^2 + 9 = (x^2 - x + 3)(x^2 + x + 3) \text{ tür.}$$

### KURAL

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b)$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)^3 + 3ab(a - b)$$

## ÇARPANLARA AYIRMA

### ÖRNEK - 39

$(3x - 2y)^3$  ifadesinin açılımını yapınız.



$$\begin{aligned}(3x - 2y)^3 &= (3x)^3 - 3 \cdot (3x)^2(2y) + 3 \cdot (3x) \cdot (2y)^2 - (2y)^3 \\ &= 27x^3 - 54x^2y + 36xy^2 - 8y^3\end{aligned}$$

### ÖRNEK - 40

$(3a + b)^3$  ifadesinin açılımını yapınız.



$$\begin{aligned}(3a + b)^3 &= (3a)^3 + 3 \cdot (3a)^2b + 3 \cdot (3a) \cdot b^2 + b^3 \\ &= 27a^3 + 27a^2b + 9ab^2 + b^3\end{aligned}$$

### ÖRNEK - 41

a ve b reel sayı

$$a^3 + 3a^2b = 2$$

$$b^3 + 3ab^2 = 6$$

olduğuna göre, a + b toplamı kaçtır?



$$a^3 + 3a^2b = 2$$

$$b^3 + 3ab^2 = 6$$

$$\underline{+} \quad a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 = 8$$

$(a + b)^3 = 2^3$  olduğuna göre, a + b = 2 bulunur.

### ÖRNEK - 42

$f(x) = x^3 + 3x^2 + 3x + 7$  fonksiyonunun

$x = \sqrt[3]{5} - 1$  için aldığı değer kaçtır?



$$f(x) = x^3 + 3x^2 + 3x + \underbrace{7}_{1+6}$$

$$f(x) = x^3 + 3x^2 + 3x + 1 + 6$$

$f(x) = (x + 1)^3 + 6$  fonksiyonunda x yerine  $\sqrt[3]{5} - 1$  yazdığımızda,

$$\begin{aligned}f(\sqrt[3]{5} - 1) &= (\sqrt[3]{5} - 1 + 1)^3 + 6 \\ &= (\sqrt[3]{5})^3 + 6\end{aligned}$$

$$= 5 + 6 = 11 \text{ bulunur.}$$

### ÖRNEK - 43

$$x + \frac{1}{x} = 5 \text{ ise } x^3 + \frac{1}{x^3} \text{ ün değeri kaçtır?}$$



$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$a = x \text{ ve } b = \frac{1}{x} \text{ alındığında}$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^3 = x^3 + 3x^2 \frac{1}{x} + 3x \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3}$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^3 = x^3 + 3x + \frac{3}{x} + \frac{1}{x^3}$$

$$\left(\frac{x + \frac{1}{x}}{5}\right)^3 = x^3 + \frac{1}{x^3} + 3\left(\frac{x + \frac{1}{x}}{5}\right)$$

$$5^3 = x^3 + \frac{1}{x^3} + 15$$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} = 110 \text{ bulunur.}$$

## ÇARPANLARA AYIRMA

### ÖRNEK - 44

$a = \frac{5}{3}$  olduğuna göre,  
 $(a - 2)^3 + 3(a - 2)^2 + 3(a - 2) + 1$   
 ifadesinin değeri kaçtır?



$a - 2 = x$  olsun.

$$x^3 + 3x^2 + 3x + 1 = (x + 1)^3$$

$x$  yerine  $a - 2$  yazdığımızda  
 $(a - 2 + 1)^3 = (a - 1)^3$  olur.

$a = \frac{5}{3}$  için

$$\begin{aligned} &= \left(\frac{5}{3} - 1\right)^3 \\ &= \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{8}{27} \text{ dir.} \end{aligned}$$

### ÖRNEK - 45

$a + b = 5$ ,  $a.b = 9$  olduğuna göre,  $a^3 + b^3$  kaçtır?



$$\begin{aligned} a^3 + b^3 &= (a + b)^3 - 3ab(a + b) \\ &= 5^3 - 3 \cdot 9 \cdot 5 \\ &= 125 - 135 \\ &= -10 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

### ÖRNEK - 46

$a - b = 4$ ,  $a.b = 5$  olduğuna göre,  $a^3 - b^3$  kaçtır?



$$\begin{aligned} a^3 - b^3 &= (a - b)^3 + 3ab(a - b) \\ &= 4^3 + 3 \cdot 5 \cdot 4 \\ &= 64 + 60 \\ &= 124 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

### (2012 LYS – 1)

$x$  ve  $y$  pozitif gerçel sayıları için

$$\begin{aligned} x.y &= 5 \\ x^2 + y^2 &= 15 \end{aligned}$$

olduğuna göre,  $x^3 + y^3$  ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 40      B) 45      C) 50      D) 60      E) 75



$$\begin{aligned} (x+y)^2 &= \underbrace{x^2 + y^2}_{15} + 2\underbrace{xy}_5 \\ (x+y)^2 &= 25 \\ x + y &= 5 \text{ olur.} \\ x^3 + y^3 &= (x+y)^3 - 3xy(x+y) \\ &= 5^3 - 3 \cdot 5 \cdot 5 \\ &= 125 - 75 = 50 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Cevap : C

## ÇARPANLARA AYIRMA

### ÖRNEK - 47

$x + \frac{1}{x} = 5$  olduğuna göre,  $x^3 + \frac{1}{x^3}$  kaçtır?



$$a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b)$$

$$(x + \frac{1}{x})^3 = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right)$$

$$= 5^3 - 3 \cdot 5$$

$$= 125 - 15$$

= 110 bulunur.

#### KURAL

$$a^n - b^n = (a - b)(a^{n-1} + a^{n-2} \cdot b + a^{n-3} \cdot b^2 + \dots + b^{n-1})$$

### Örnek;

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$a^5 - b^5 = (a - b)(a^4 + a^3b + a^2b^2 + ab^3 + b^4)$$

### ÖRNEK - 48

$a^6 - b^6$  açılımını yapınız.



Kuralı uyguladığımızda,

$$a^6 - b^6 = (a - b)(a^5 + a^4b + a^3b^2 + a^2b^3 + ab^4 + b^5) \text{ tır.}$$

İkinci yol olarak,

$$\begin{aligned} a^6 - b^6 &= (a^2)^3 - (b^2)^3 = (a^2 - b^2)(a^4 + a^2b^2 + b^4) \\ &= (a - b)(a + b)(a^4 + a^2b^2 + b^4) \end{aligned}$$

Üçüncü yol olarak,

$$\begin{aligned} a^6 - b^6 &= (a^3)^2 - (b^3)^2 = (a^3 - b^3)(a^3 + b^3) \\ &= (a - b)(a^2 + ab + b^2)(a + b)(a^2 - ab + b^2) \end{aligned}$$

şeklinde yazılabilir.

#### KURAL

n tek ise,

$$a^n + b^n = (a + b)(a^{n-1} - a^{n-2} \cdot b + a^{n-3}b^2 - a^{n-4}b^3 + \dots + b^{n-1})$$

### Örnek;

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$a^5 + b^5 = (a + b)(a^4 - a^3b + a^2b^2 - ab^3 + b^4)$$

$a \neq 0$  olmak üzere,  $ax^2 + bx + c$  üç terimlisinin çarpanlara ayrılması:

$ax^2 + bx + c$  üç terimlisinde

①  $a = 1$  ise,

$$x^2 + bx + c \text{ ifadesinde } c = m \cdot n$$

$$\begin{array}{ccc} x & & m \\ x & & n \end{array} \quad b = m + n \text{ olmak üzere,}$$

$$x^2 + bx + c = (x + m)(x + n) \text{ dir.}$$

### Örnek;

$$\star \begin{array}{c} x^2 - 5x + 6 = (x - 3)(x - 2) \\ x \quad - 3 \\ x \quad - 2 \end{array}$$

$$\star \begin{array}{c} x^2 - x - 12 = (x - 4)(x + 3) \\ x \quad - 4 \\ x \quad + 3 \end{array}$$

$$\star \begin{array}{c} x^2 + 8x - 33 = (x + 11)(x - 3) \\ x \quad + 11 \\ x \quad - 3 \end{array}$$

②  $ax^2 + bx + c$  üç terimlisinde,  
 $a \neq 1$  ise,

$$ax^2 + bx + c = (px + m)(kx + n)$$

$$\begin{array}{ccc} px & & m \\ kx & & n \end{array}$$

$$\begin{array}{l} a = p \cdot k \\ c = m \cdot n \\ b = p \cdot n + m \cdot k \end{array} \quad \text{olmak üzere,}$$

$$ax^2 + bx + c = (px + m) \cdot (kx + n) \text{ dir.}$$

## ÇARPANLARA AYIRMA

### ÖRNEK - 49

$2x^2 - 7x + 3$  üç terimlisini çarpanlara ayıriz.



$$\begin{array}{r} 2x^2 - 7x + 3 \\ 2x \quad \quad - 1 \\ 1.x \quad \quad - 3 \end{array}$$

$2.(-3) + 1.(-1) = -7$  (ortadaki terimi verdiginden)

$2x^2 - 7x + 3 = (2x - 1)(x - 3)$  tür.

### ÖRNEK - 50

$8x^2 - 18x + 7$  ifadesini çarpanlara ayıriz.



$$\begin{array}{r} 8x^2 - 18x + 7 \\ 4x \quad \quad - 7 \\ 2x \quad \quad - 1 \end{array}$$

$2.(-7) + (-1)(4) = -18$  (ortadaki terimi verdiginden)

$8x^2 - 18x + 7 = (4x - 7)(2x - 1)$  dir.

### ÖRNEK - 51

$45x^2 - 3x - 6$  ifadesini çarpanlara ayıriz.



$$\begin{array}{r} 45x^2 - 3x - 6 \\ 9x \quad \quad + 3 \\ 5x \quad \quad - 2 \end{array}$$

$(-2).9 + 3.5 = -3$  (ortadaki terimi verdiginden)

$45x^2 - 3x - 6 = (9x + 3)(5x - 2)$

$= 3(3x + 1)(5x - 2)$  dir.



### ÖRNEK - 52

$6a^2 - 5ab - 6b^2$  ifadesini çarpanlara ayıriz.



$$\begin{array}{r} 6a^2 - 5ab - 6b^2 \\ 2a \quad \quad - 3b \\ 3a \quad \quad 2b \end{array}$$

$2.2 + (-3).3 = -5$  (ortadaki terimi verdiginden)

$6a^2 - 5ab - 6b^2 = (2a - 3b)(3a + 2b)$  dir.

### ÖRNEK - 53

$(a - 4)^2 + 2(a - 4) - 8$  ifadesinde çarpanlarına ayıriz.

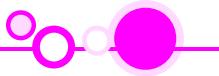


$(a - 4)^2 + 2(a - 4) - 8$  ifadesinde  
 $a - 4 = x$  olsun.

$$\begin{array}{r} x^2 + 2x - 8 = (x + 4)(x - 2) \\ x \quad \quad + 4 \\ x \quad \quad - 2 \end{array}$$

$x$  yerine  $a - 4$  yazıldığında

$$\begin{aligned} &= (a - 4 + 4)(a - 4 - 2) \\ &= a(a - 6) \end{aligned}$$



## Rasyonel İfadelerin Sadeleştirilmesi

**TANIM:**

$P(x)$  ve  $Q(x)$  birer polinom ve  $Q(x) \neq 0$  olmak üzere,

$\frac{P(x)}{Q(x)}$  biçimindeki ifadelere **rasyonel ifadeler** denir.

**ÖRNEK - 54**

$$\frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 - 1}$$

İfadesinin en sade halini yazınız.



$$x^2 - 3x - 4 = (x - 4)(x + 1)$$

$$x \quad - 4$$

$$x \quad 1$$

$$x^2 - 1 = (x - 1)(x + 1)$$

$$\begin{aligned} \frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 - 1} &= \frac{(x - 4)(x + 1)}{(x - 1)(x + 1)} \\ &= \frac{x - 4}{x - 1} \quad \text{bulunur.} \end{aligned}$$

**ÖRNEK - 55**

$$\frac{x^2 - 9}{2x^2 + 2x} : \frac{x - 3}{x + 1}$$

Kesrinin sadeleşmiş şeklini bulunuz.



$$\begin{aligned} \frac{x^2 - 9}{2x^2 + 2x} : \frac{x - 3}{x + 1} &= \frac{(x - 3)(x + 3)}{2x(x + 1)} \cdot \frac{x + 1}{x - 3} \\ &= \frac{x + 3}{2x} \quad \text{bulunur.} \end{aligned}$$

**ÖRNEK - 56**

$$\frac{x^2 - 6x + 5}{x^2 - 1} : \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 + x - 2}$$

İfadesinin en sade şeklini bulunuz.



$$\frac{x^2 - 6x + 5}{x^2 - 1} : \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 + x - 2}$$

$$= \frac{(x - 5)(x - 1)}{(x - 1)(x + 1)} : \frac{(x - 3)(x - 1)}{(x + 2)(x - 1)}$$

$$\frac{x - 5}{x + 1} \cdot \frac{x - 3}{x + 2}$$

$$= \frac{x - 5}{x + 1} \cdot \frac{x + 2}{x - 3}$$

$$= \frac{x^2 - 3x - 10}{x^2 - 2x - 3} \quad \text{bulunur.}$$

**ÖRNEK - 57**

$$\frac{x^3 - 27}{x^2 + 3x + 9} - \frac{x^2 - 16}{x + 4}$$

İfadesinin değeri kaçtır?



$$x^3 - 27 = (x - 3)(x^2 + 3x + 9)$$

$$x^2 - 16 = (x - 4)(x + 4) \quad \text{tür.}$$

$$\frac{(x - 3)(x^2 + 3x + 9)}{x^2 + 3x + 9} - \frac{(x - 4)(x + 4)}{x + 4}$$

$$x - 3 - (x - 4) = x - 3 - x + 4$$

$$= 1 \quad \text{bulunur.}$$

## ÇARPANLARA AYIRMA

### ÖRNEK - 58

$$\frac{2x}{x^2 - 9} + \frac{2}{x^2 + 3x} - \frac{1}{x - 3}$$

İşleminin en sade şeklini bulunuz.



$$\frac{2x}{x^2 - 9} + \frac{2}{x^2 + 3x} - \frac{1}{x - 3}$$

$$\frac{2x}{(x-3)(x+3)} + \frac{2}{x(x+3)} - \frac{1}{(x-3)}$$

$$= \frac{2x^2 + 2x - 6 - x^2 - 3x}{x(x-3)(x+3)} = \frac{x^2 - x - 6}{x(x-3)(x+3)}$$

$$= \frac{(x-3)(x+2)}{x(x-3)(x+3)} = \frac{x+2}{x(x+3)}$$

### ÖRNEK - 59

$$\frac{x^2 + mx - 3}{x^2 - x - 2}$$

**kesri sadelizebiliyorsa m'nin alabileceği değerler çarpımı kaçtır?**



$\frac{x^2 + mx - 3}{x^2 - x - 2}$  sadelizebilen bir kesir ise,

$x^2 + mx - 3$  ifadesi  $x^2 - x - 2$  nin çarpanlarından en az birine tam bölünmelidir.

$$x^2 - x - 2 = (x - 2)(x + 1)$$

$$\begin{array}{r} x \\ \hline -2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x \\ \hline 1 \end{array}$$

$$\frac{x^2 + mx - 3}{(x - 2)(x + 1)}$$

ifadesinde paydadaki  $x - 2$  ve  $x + 1$  çarpanlarını 0 yapan değerler yukarıdaki ifadeyi de 0 yapar.

$$x - 2 = 0$$

$$x = 2 \text{ için, } 2^2 + 2m - 3 = 0$$

$$4 + 2m - 3 = 0$$

$$2m = -1$$

$$m = -\frac{1}{2}$$

$$x + 1 = 0$$

$$x = -1 \text{ için, } (-1)^2 + (-1)m - 3 = 0$$

$$1 - m - 3 = 0$$

$$m = -2$$

O halde, m'nin alabileceği değerler çarpımı,

$$-2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = 1$$

### ÖRNEK - 60

$$\frac{5^{3x} + 5^{-3x}}{5^{2x} + 5^{-2x} - 1} : \frac{5^x + 5^{-x}}{5^x - 5^{-x}}$$

en sade şeklini bulunuz.



$$5^x = a$$

$$5^{-x} = b \text{ olsun.}$$

$$\frac{a^3 + b^3}{a^2 + b^2 - 1} : \frac{a+b}{a-b}$$

$$\frac{(a+b)(a^2 - ab + b^2)}{a^2 + b^2 - 1} \cdot \frac{a-b}{a+b}$$

$$a \cdot b = 5^x \cdot 5^{-x} = 5^0 = 1 \text{ olduğundan,}$$

$$\frac{(a+b)(a^2 - 1 + b^2)}{a^2 + b^2 - 1} \cdot \frac{a-b}{a+b}$$

$$= a - b$$

$$= 5^x - 5^{-x} \text{ bulunur.}$$

**ÖRNEK - 61**

$3^{\frac{1}{4}} + 1 = x$  olduğuna göre,

$$\frac{\left(3^{\frac{1}{8}} - 1\right) \cdot \left(3^{\frac{1}{8}} + 1\right)}{\left(3^{\frac{1}{2}} - 1\right)}$$

ifadesinin  $x$  türünden eşitini bulunuz.



$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$  özdeşliğini kullanalım.

$$\frac{\left(3^{\frac{1}{8}} - 1\right) \cdot \left(3^{\frac{1}{8}} + 1\right)}{\left(3^{\frac{1}{2}} - 1\right)} = \frac{\left(3^{\frac{1}{8}}\right)^2 - 1}{3^2 - 1}$$

$$\frac{\cancel{3^{\frac{1}{4}} - 1}}{\left(3^{\frac{1}{4}}\right)^2 - 1} = \frac{\cancel{3^{\frac{1}{4}} - 1}}{\cancel{\left(3^{\frac{1}{4}} - 1\right)} \cdot \left(3^{\frac{1}{4}} + 1\right)} = \frac{1}{3^{\frac{1}{4}} + 1}$$

$3^{\frac{1}{4}} + 1 = x$  olduğundan

$$= \frac{1}{x} \text{ bulunur.}$$

**ÖRNEK - 62**

$$\frac{\left(x^{\frac{1}{20}} - 1\right) \left(x^{\frac{1}{20}} + 1\right) \left(x^{\frac{1}{10}} + 1\right) \left(x^{\frac{1}{5}} + 1\right)}{x^{\frac{2}{5}} - 1}$$

ifadesinin en sade şeklini bulunuz.



$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$  özdeşliğini kullanalım.

$$\frac{\left(x^{\frac{1}{20}} - 1\right) \left(x^{\frac{1}{20}} + 1\right) \left(x^{\frac{1}{10}} + 1\right) \left(x^{\frac{1}{5}} + 1\right)}{x^{\frac{2}{5}} - 1}$$

$$= \frac{\left(\left(x^{\frac{1}{20}}\right)^2 - 1\right) \left(x^{\frac{1}{10}} + 1\right) \left(x^{\frac{1}{5}} + 1\right)}{x^{\frac{2}{5}} - 1}$$

$$= \frac{\left(x^{\frac{1}{10}} - 1\right) \left(x^{\frac{1}{10}} + 1\right) \left(x^{\frac{1}{5}} + 1\right)}{x^{\frac{2}{5}} - 1}$$

$$= \frac{\left(\left(x^{\frac{1}{10}}\right)^2 - 1\right) \left(x^{\frac{1}{5}} + 1\right)}{x^{\frac{2}{5}} - 1} = \frac{\left(x^{\frac{1}{5}} - 1\right) \left(x^{\frac{1}{5}} + 1\right)}{x^{\frac{2}{5}} - 1}$$

$$\frac{\left(x^{\frac{1}{5}}\right)^2 - 1}{x^{\frac{2}{5}} - 1} = \frac{\frac{2}{x^{\frac{2}{5}}} - 1}{x^{\frac{2}{5}} - 1} = 1 \text{ dir.}$$

## ÇARPANLARA AYIRMA

### ÖRNEK - 63

$$\frac{y}{x} \left( \frac{y}{x+y} - 1 \right) + \frac{x}{y} \left( \frac{x}{x+y} - 1 \right)$$

İfadesinin en sade şeklini bulunuz.



$$\frac{y}{x} \left( \frac{y}{x+y} - 1 \right) + \frac{x}{y} \left( \frac{x}{x+y} - 1 \right)$$

düzenleyelim.

$$\frac{y}{x} \left( \frac{y-x-y}{x+y} \right) + \frac{x}{y} \left( \frac{x-x-y}{x+y} \right)$$

$$= \frac{y}{x} \left( \cancel{\frac{-x}{x+y}} \right) + \frac{x}{y} \left( \cancel{\frac{-y}{x+y}} \right)$$

$$= \frac{-y}{x+y} + \frac{-x}{x+y}$$

$$= \frac{-(y+x)}{x+y} = -1$$

### ÖRNEK - 64

$$\frac{x^2+ax+b}{x^2+8x+12} - \frac{x^2+5x-6}{x^2-1} = \frac{x+5}{x+3}$$

olduğuna göre,  $a + b$  toplamı kaçtır?



$$\frac{x^2+ax+b}{(x+6)(x+2)} \cdot \frac{(x-1)(x+6)}{(x-1)(x+1)} = \frac{x+5}{(x+2)}$$

$$\frac{x^2+ax+b}{(x+2)(x+1)} = \frac{x+5}{x+2}$$

$$x^2+ax+b = (x+1)(x+5)$$

$$x^2+ax+b = x^2+6x+5$$

$$a+b = 6+5$$

$$= 11 \text{ dir.}$$

Bir zamanlar, bir genç herkes gibi evlenmek istiyordu. Bu niyetini ailesine açtığında, babası ona şöyle dedi:

"Elbette oğlum, elbette evlenebilirsin. Bana kendi alinterinle kazandığın bir altın getirdiğinde, seni hemen evlendireceğim."

Delikanlı babasının bu sözlerine gülümsemi. Ne kadar da kolay bir sınavdı bu böyle! Ertesi gün, istenilen altın lirayı götürüp gururla babasının avucuna koydu. Babası hiçbir şey söylemeden, altın evlerinin yanından akan nehre fırlattı.

Cocuk, altının düştüğü nehre şaşkınlıkla bir-iki saniye baktıktan sonra, babasına döndü ve sordu:

"Şimdi evlenebilirim, değil mi babacığım?

Babası başını iki yana salladı:

"Hayır oğlum. Sana kendi alinterin ve emeğinle kazandığın bir altın getirmeni söylemiştim. Bu altın sen kazanmamışsun ki."

Genç delikanlı babasının gerçeği nasıl keşfettiğini anlayamamıştı. Sahiden de, parayı bir arkadaşından ödünç almıştı. Ertesi gün bu defa annesinden bir altın borç aldi ve parayı babasına götürdü.

Babası altın aldı ve yine nehre fırlattı. Çocuk bir kez daha şaşırılmıştı:

"Bunu niye yapıyorsun baba, anlamadım. Ama iste sana bir altın getirdim, artık evlenebilir miyim?"

Babası bu defa da izin vermedi oğluna:

"Bu altın da sen kazanmamışsun!"

Delikanlı babasının yanından ayrıldıktan sonra, uzun uzun düşündü. Başkasından borç alıp geldiğinde babası parayı yine nehre atacaktı; ve bu gidişle evlenemeyecekti. O yüzden, genç adam bir iş bulup çalışmaya ve altınını kendi emeğiyle kazanmaya karar verdi.

Günler geçti ve kazandığı bir altın babasına götürdü. Babası her zamanki gibi parayı nehre atmaya hazırlayıordu ki, oğlu can havıyla başının kolumu tuttu ve bağırmaya başladı:

"Hayır baba! O altın nehre atamazsin! Onu kazanmak için günlerce çalıştım ve sırtım ağrular içinde kaldım!"

Babası, yüzünde ışılaklı bir gülümseme ile, elini oğlunun omzuna koydu ve:

"Oğlum işte şimdilik evlenebilirsin" dedi. "Çünkü, emeğinin karşılığı olan bu paranın değerini artık biliyorsun ve eminim ki onu akıllica harcayacaksın."

- 1.**  $xy^2 - yx^2$  ifadesinin çarpanlarına ayrılmış şekli aşağıdakilerden hangisidir?

A)  $xy(x - y)$       B)  $xy(y - x)$       C)  $xy(x + y)$   
 D)  $xy(y - 1)$       E)  $xy(x - 1)$

- 2.**  $9xy - 3x$  ifadesinin çarpanlarına ayrılmış şekli aşağıdakilerden hangisidir?

A)  $3x(3y - 2)$       B)  $3xy(3x - 1)$   
 C)  $x(3y - 1)$       D)  $3x(3y - 1)$   
 E)  $3xy(x - 1)$

- 3.**  $10x^2y^3 - 5xy^2$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A)  $xy(10xy - 1)$       B)  $xy(10xy - y)$   
 C)  $5x^2y(2xy^2 - y)$       D)  $5xy(2xy^2 - 1)$   
 E)  $5xy^2(2xy - 1)$

- 4.**  $a^2 b^3 c^4 + a^5 b c^3$

ifadesinin çarpanlara ayrılmış biçimini aşağıdakilerden hangisidir?

A)  $abc(ab^2c^3 + abc^2)$   
 B)  $abc(ab^2c^3 + a^3c^2)$   
 C)  $a^2bc^3(b^2c + a^2)$   
 D)  $a^2bc^3(b^2c + a^3)$   
 E)  $ab^2c^3(a + a^4)$

- 5.**  $6a^2b^3 - 3ab^2$  ifadesinin çarpanlarından biri aşağıdakilerden hangisi olamaz?

A)  $3a$       B)  $ab$       C)  $3ab^2$   
 D)  $a^2b$       E)  $2ab - 1$

- 6.**  $5a(x - 2) - 5b(x - 2)$  ifadesinin çarpanlarından biri aşağıdakilerden hangisi olamaz?

A)  $x - 2$       B)  $a - b$       C)  $5a - 5b$   
 D)  $2 - x$       E)  $2 + x$

- 7.**  $\frac{2xy^2 - 2yx^2}{xy}$  ifadesinin en sade hali aşağıdakilerden hangisidir?

A)  $0$       B)  $2$       C)  $x - y$   
 D)  $2(y - x)$       E)  $2x - y$

- 8.**  $\frac{x^2 - 6x}{2x - 12}$  ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

A)  $2$       B)  $\frac{1}{2}$       C)  $\frac{x}{2}$   
 D)  $2x$       E)  $2x - 3$

9.  $\frac{x^2 - xy}{y^2 - xy}$  ifadesinin en sade hali aşağıdakilerden hangisidir?

A)  $\frac{x}{y}$       B)  $-\frac{x}{y}$       C)  $xy$   
 D)  $\frac{x+y}{x-y}$       E)  $\frac{x-y}{x+y}$

10.  $\frac{9a^2 - 3a}{1 - 3a}$  ifadesinin en sade hali aşağıdakilerden hangisidir?

A)  $-3a$       B)  $-a$       C)  $-3a - 1$   
 D) 1      E)  $3a$

11.  $\frac{2x - 6}{x^2 - 3x}$  ifadesinin en sade hali aşağıdakilerden hangisidir?

A)  $x$       B)  $2x$       C)  $\frac{3}{x}$   
 D)  $\frac{2}{x}$       E)  $-\frac{2}{x}$

12.  $\frac{83.19 + 17.19}{50}$  işleminin sonucu kaçtır?

A) 19      B) 24      C) 38      D) 190      E) 275

13.  $ax + ay + bx + by$

ifadesinin çarpanlarına ayrılmış biçimini aşağıdakilerden hangisidir?

A)  $(a - b)(x - y)$       B)  $(a + b)(x + y)$   
 C)  $(a - b)(x + y)$       D)  $(a + b)(x - y)$   
 E)  $(a + b + x).y$

14.  $a^3 + a^2 + a + 1$

ifadesinin çarpanlara ayrılmış biçimini aşağıdakilerden hangisidir?

A)  $(a^2 + 1)(a - 1)$       B)  $(a^2 + 1)(a + 1)$   
 C)  $(a^2 - 1)(a - 1)$       D)  $(a + 1)^2.(a - 1)$   
 E)  $(a^2 + a + 1).a$

15.  $x^3 + 4x^2 + 2x + 8$  ifadesinin çarpanlarından biri aşağıdakilerden hangisidir?

A)  $x + 2$       B)  $x + 8$       C)  $x^2 + 2$   
 D)  $x^2 + 4$       E)  $x^2 + 8$

16.  $x - y = 8$

$y - z = 6$  olmak üzere,

$xy - xz - y^2 + yz$  ifadesinin değeri kaçtır?

A) 24      B) 36      C) 48      D) 52      E) 60

1.  $a + b = 6$

$a \cdot b = 4$

olduğuna göre,  $a^2 + b^2$  kaçtır?

- A) 12    B) 16    C) 20    D) 24    E) 28

2.  $a = \frac{8}{3}$ ,  $b = \frac{1}{3}$

olduğuna göre,  $a^2 - 4ab + 4b^2$  kaçtır?

- A) 1    B) 2    C) 4    D) 6    E) 9

3.  $x^2 + y^2 = 39$

$x \cdot y = 5$

olduğuna göre,  $x + y$  nin pozitif değeri kaçtır?

- A) 4    B) 5    C) 6    D) 7    E) 9

4.  $x = 2\sqrt{7} + 5$  olduğuna göre,

$x^2 - 10x + 25$  ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 16    B) 20    C) 24    D) 28    E) 36

5.  $x = 1448$      $y = 1444$

olduğuna göre,  $(x + y)^2 - 4xy$  ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 0    B) 16    C) 64    D) 81    E) 125

6.  $(a + 3b)^2 - 12ab = 36$

olduğuna göre,  $a - 3b$  nin pozitif değeri kaçtır?

- A) 2    B) 4    C) 6    D) 8    E) 9

7.  $\sqrt{a} + \sqrt{b} = 5$      $a \cdot b = 4$

olduğuna göre,  $a + b$  kaçtır?

- A) 10    B) 12    C) 15    D) 18    E) 21

8.  $a + b = 3$ ,  $a \cdot b = 1$

olduğuna göre,  $a^4 + b^4$  kaçtır?

- A) 15    B) 25    C) 35    D) 45    E) 47

9.  $a + b = 5$  ve  $a \cdot b = 3$

$a - b$  aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) 3      B)  $2\sqrt{3}$       C)  $\sqrt{13}$   
 D)  $3\sqrt{2}$       E)  $\sqrt{19}$

10.  $2^a + 2^{-a} = 3$   
olduğuna göre,

$16^a + 16^{-a}$  nin değeri kaçtır?

- A) 7      B) 9      C) 16      D) 47      E) 49

11.  $2x - \frac{3}{x} = 1$  olduğuna göre,

$4x^2 + \frac{9}{x^2}$  toplamı kaçtır?

- A) 9      B) 10      C) 11      D) 12      E) 13

12.  $a^2 + b^2 = 2ab$  olduğuna göre,  $(a^2 - b^2 + 5)$  ifadesinin eşiği aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -3      B) -1      C) 0      D) 5      E) 7

13.  $a$  ve  $b$  pozitif gerçek sayılardır.

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 3 \quad \text{ve} \quad a \cdot b = 2$$

olduğuna göre,  $a^2 + b^2$  çarpımı kaçtır?

- A) 17      B) 24      C) 32      D) 40      E) 54

14.  $x^2 + y^2 - 8y + 16 = 0$

denklemini sağlayan  $x$  ve  $y$  reel sayılarının çarpımları kaçtır?

- A) 0      B) 2      C) 4      D) 6      E) 8

15.  $x$  ve  $y$  pozitif reel sayılardır.

$$9x^2 + y^2 = 39$$
 veriliyor.

Buna göre aşağıdakilerden hangisi verilirse  $x \cdot y$  nin değeri bulunabilir?

- A)  $2x + y$       B)  $2x - y$       C)  $x + 3y$   
 D)  $3x - y$       E)  $2x - 3y$

16.  $a + b + c = 10$

$$ab + ac + bc = 15$$

olduğuna göre,  $a^2 + b^2 + c^2$  kaçtır?

- A) 50      B) 60      C) 70      D) 80      E) 90

**1.** Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A)  $a^2 - 9b^2 = (a + 3b)(a - 3b)$   
 B)  $a^2 - \frac{b^2}{4} = \left(a - \frac{b}{2}\right)\left(a + \frac{b}{2}\right)$   
 C)  $2a^2 - b^2 = (2a - b)(2a + b)$   
 D)  $a - b = (\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b})$   
 E)  $a^2 - b = (a - \sqrt{b})(a + \sqrt{b})$

**2.**  $a^2 - b^2 = 27$ ,  $a - b = 3$

olduğuna göre,  $a$  kaçtır?

- A) 2      B) 3      C) 4      D) 6      E) 9

**3.**  $\frac{44^2 - 24^2}{170}$

İşleminin sonucu kaçtır?

- A) 8      B) 10      C) 12      D) 16      E) 24

**4.**  $\frac{51^2 - 9}{74^2 - 26^2}$

İşleminin sonucu kaçtır?

- A)  $\frac{27}{50}$       B)  $\frac{2}{3}$       C)  $\frac{4}{5}$       D) 1      E) 2

**5.**  $x = 52, 5$  ve  $y = 47, 5$

olduğuna göre,  $x^2 - y^2$  kaçtır?

- A) 50      B) 100      C) 200      D) 400      E) 500

**6.**  $5 - 45x^2$  ifadesinin çarpanlarından biri aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $x + 1$       B)  $x + 5$       C)  $3x + 1$   
 D)  $3x + 5$       E)  $3x - 5$

**7.**  $x^3 - 4xy^2$  ifadesinin çarpanlarından biri aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $x - y$       B)  $x + y$       C)  $x - 2y$   
 D)  $2x - y$       E)  $2x + y$

**8.**  $A = 5^4 - 1$  aşağıdakilerden hangisine tam olarak bölünebilir?

- A) 5      B) 10      C) 13      D) 15      E) 18

9.  $x$  ve  $y$  pozitif tam sayılar olmak üzere,  
 $x^2 - y^2 = 13$  olduğuna göre,  $x$  kaçtır?

A) 3      B) 4      C) 5      D) 6      E) 7

10.  $\frac{x^2 - 36}{2x + 12} = 28$

olduğuna göre,  $x$  kaçtır?

A) 12      B) 24      C) 48      D) 56      E) 62

11.  $\frac{9^x - 1}{3^x + 1} + 1$

ifadesinin en sade hali aşağıdakilerden hangisidir?

A) 1      B)  $3^x$       C)  $3^x - 1$   
 D)  $3^x + 1$       E)  $3^{-x}$

12.  $\frac{9^x - 16}{3^x - 4} = 85$  olduğuna göre,  $x$  kaçtır?

A) 2      B) 3      C) 4      D) 5      E) 6

13.  $\sqrt{a} + 3b = 8$  ve  $a - 9b^2 = 4$

olduğuna göre,  $\sqrt{a} - 3b$  kaçtır?

A)  $\frac{1}{8}$       B)  $\frac{1}{4}$       C)  $\frac{1}{3}$       D)  $\frac{1}{2}$       E) 2

14.  $a = \sqrt{7} + 1$  olduğuna göre,

$(a - 2)(a - 1).a$  çarpımının sonucu kaçtır?

A) 7      B) 9      C)  $3\sqrt{7}$   
 D)  $7\sqrt{2}$       E)  $6\sqrt{7}$

15.  $610 \cdot 618$  çarpımı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A)  $618^2 - 8^2$       B)  $614^2 - 4^2$   
 C)  $614^2 - 2^2$       D)  $616^2 - 6^2$   
 E)  $620^2 - 10^2$

16.  $(2^4 + 1)(2^8 + 1) = x$  olduğuna göre,  $2^{16}$  nin  $x$  cinsinden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A)  $x + 1000$       B)  $2x + 256$   
 C)  $4x - 1$       D)  $7x - 1$   
 E)  $15x + 1$

1.  $\frac{a^3 + b^3}{a^2 - ab + b^2} = 3 + a$

olduğuna göre, b kaçtır?

- A) 2      B) 3      C) 4      D) 6      E) 9

2.  $\frac{a^3 + b^3}{a^2 - ab + b^2} = 12 \quad \frac{a^3 - b^3}{a^2 + ab + b^2} = 4$

olduğuna göre, b kaçtır?

- A) 2      B) 4      C) 6      D) 8      E) 12

3.  $\frac{8^x - 1}{4^x + 2^x + 1} = 63$  olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 3      B) 4      C) 5      D) 6      E) 7

4.  $a \neq 1$  ve  $a^3 = 1$  olduğuna göre,  $a^2 + a$  kaçtır?

- A) -5      B) -1      C) 1      D) 3      E) 5

5.  $a^3 - b^3 = a - b = 4$

olduğuna göre, a.b kaçtır?

- A) -2      B) -3      C) -4      D) -5      E) -6

6.  $a + \frac{1}{a} = 3$  olduğuna göre,  $a^3 + \frac{1}{a^3}$  kaçtır?

- A) 18      B) 20      C) 27      D) 36      E) 45

7.  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x$  olduğuna göre,  
 $f(\sqrt[3]{7} + 1)$  kaçtır?

- A) 4      B) 6      C) 8      D) 9      E) 12

8.  $a^3 + b^3 = 52$

$a^2b + ab^2 = 4$

olduğuna göre, a + b kaçtır?

- A) 3      B) 4      C) 5      D) 6      E) 8

9.  $3a^2 - 13a - 10$  ifadesinin çarpanlarına ayrılmış şekli aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $(3a + 2).(a - 5)$   
 B)  $(a + 2).(3a - 5)$   
 C)  $(a - 2).(3a + 5)$   
 D)  $(6a - 1).(a + 3)$   
 E)  $(a - 5).(2a + 1)$

10.  $\frac{a^2 - b^2}{ax + bx} \cdot \frac{x^2 - xy}{x^2 - y^2}$

ifadesinin en sade şekli aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\frac{a - b}{x + y}$       B)  $\frac{a + b}{x - y}$       C)  $\frac{a}{x - y}$   
 D)  $\frac{b}{x + y}$       E) 1

11.  $\frac{1 - \frac{1}{x}}{x^2 - 1} : \frac{x}{x^3 + x^2}$

ifadesinin en sade şekli aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $x + 1$       B)  $x - 1$       C)  $x$   
 D)  $x^2 - x$       E) 1

12.  $\frac{xy^3 - yx^3}{x + y}$

ifadesinin sadeleştirilmiş şekli aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $x + y$       B)  $xy(x+y)$       C)  $x(x-y)$   
 D)  $xy(y-x)$       E)  $\frac{x}{y}$

13.  $\frac{x^2y - xy^2 - x + y}{xy - 1} : \frac{x^2 - y^2}{x^2 + xy}$

ifadesinin en sade şekli aşağıdakilerden hangisidir?

- A) x      B) y      C)  $x + y$   
 D)  $x - y$       E) 1

14.  $\frac{(a-b)^3 + (b-a)^3 + a-b}{a^2 - b^2} : \frac{1}{a+b}$

ifadesinin en sade şekli aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $a - b$       B)  $a + b$       C) a  
 D) b      E) 1

15.  $\frac{a^2 - 2a - 15}{a^2 - 9} : \frac{a-5}{a^2 - 3a}$

ifadesinin en sade şekli aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $a - 1$       B) a      C)  $a + 1$   
 D)  $a + 2$       E) 1

16.  $\frac{x^2 - ax - 6}{x^2 - 2x - 3}$

sadeleştirilebilir bir kesir olduğuna göre, a'nın alabileceği değerler kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) { 1 }      B) { 1, 5 }      C) { 3, 5 }  
 D) { 1, 3 }      E) { 1, 2, 3 }