

FONKSİYON

FONKSİYON

FONKSİYONLARDA İŞLEMLER

ÖRNEK - 1

$f(x) = 5x + 7$ olduğuna göre,

$f(2)$ kaçtır?

- A) 10 B) 15 C) 17 D) 20 E) 23



$$f(x) = 5x + 7$$

$$f(2) = 5 \cdot 2 + 7 = 10 + 7 = 17 \text{ bulunur.}$$

Cevap : C

ÖRNEK - 2

$$f(2^x + 1) = 3x - 1$$

olduğuna göre, $f(17)$ kaçtır?

- A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14



$$2^x + 1 = 17$$

$$2^x = 16$$

$$x = 4$$

$f(2^x + 1) = 3x - 1$ ifadesinde x yerlerine 4 yazılırsa

$$f(2^4 + 1) = 3 \cdot 4 - 1$$

$$f(17) = 11$$

Cevap : B

ÖRNEK - 3

$$f(x^2 + 5x) = 3x^2 + 15x + 10$$

olduğuna göre, $f(2)$ kaçtır?

- A) 13 B) 14 C) 15 D) 16 E) 17



$x^2 + 5x$ gördüğümüz yerlere 2 yazalım.

$$f(x^2 + 5x) = 3(x^2 + 5x) + 10$$

$$\underline{\underline{f(2)}} = 3 \cdot \underline{\underline{2}} + 10 = 16$$

Cevap : D

ÖRNEK - 4

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 5 & , \quad x \text{ çift ise} \\ x + 3 & , \quad x \text{ tek ise} \end{cases}$$

olduğuna göre, $f(5) - f(4)$ kaçtır?

- A) -5 B) -1 C) 3 D) 8 E) 15



$f(5)$ bulunurken x yerine 5 (tek sayı) yazılacağından,
 $f(x) = x + 3$ kullanılır. $f(5) = 5 + 3 = 8$ bulunur.

$f(4)$ bulunurken x yerine 4 (çift sayı) yazılacağından,
 $f(x) = 2x + 5$ kullanılır.

$$f(4) = 2 \cdot 4 + 5 = 8 + 5 = 13 \text{ bulunur.}$$

$$f(5) - f(4) = 8 - 13 = -5 \text{ bulunur.}$$

Cevap : A

(2010 - YGS)

$$f(x) = x^2$$

$$g(x) = 2x - 1$$

fonksiyonları için

$g(f(2))$ kaçtır?

- A) 0 B) 3 C) 5 D) 7 E) 9



$$f(2) = 2^2 = 4$$

$$g\left(\frac{f(2)}{4}\right) = g(4) = 2 \cdot 4 - 1 = 7$$

Cevap : D



(2009 - ÖSS MAT - 1)

Tamsayılar kümesinden tamsayılar kümesine f ve g fonksiyonları aşağıdaki biçimde tanımlanmıştır.

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 1 & , \quad x \equiv 0 \pmod{2} \text{ ise} \\ 3x & , \quad x \equiv 1 \pmod{2} \text{ ise} \end{cases}$$

$$g(x) = \begin{cases} x & , \quad x \equiv 0 \pmod{3} \text{ ise} \\ 3x + 1 & , \quad x \equiv 1 \pmod{3} \text{ ise} \\ x - 1 & , \quad x \equiv 2 \pmod{3} \text{ ise} \end{cases}$$

Buna göre, $g(f(6))$ nin değeri kaçtır?

- A) 55 B) 40 C) 18 D) 17 E) 12



$f(6)$ bulunurken $6 \equiv 0 \pmod{2}$ olduğundan,
 $f(x) = 2x + 1$

$$f(6) = 13$$

$$g(\underbrace{f(6)}_{13}) = g(13)$$

$13 \equiv 1 \pmod{3}$ olduğundan;

$$g(x) = 3x + 1$$

$$g(13) = 3 \cdot 13 + 1 = 40$$

Cevap : B

(2010 - LYS 1)

$$f\left(\frac{x-1}{x+1}\right) = x^2 - x + 2$$

olduğuna göre, $f(3)$ ün değeri kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 11



$$\frac{x-1}{x+1} = 3$$

$$x - 1 = 3x + 3$$

$$-4 = 2x \Rightarrow x = -2$$

$$f\left(\frac{x-1}{x+1}\right) = x^2 - x + 2$$

$x = -2$ için,

$$f(3) = 4 + 2 + 2 = 8 \text{ bulunur.}$$

Cevap : D

(2007 - ÖSS MAT - 2)

\mathbb{R} den \mathbb{R} ye $f(x) = 3^{x+2}$ ile tanımlı f fonksiyonu için,
 $f(a + b - 1)$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{f(a+b)}{9}$ B) $\frac{f(a+b)}{27}$ C) $\frac{f(a) \cdot f(b)}{9}$
 D) $\frac{f(a) \cdot f(b)}{27}$ E) $\frac{f(a) \cdot f(b)}{81}$



$$f(x) = 3^{x+2}$$

$$f(a) = 3^{a+2}$$

$$f(a) = 3^a \cdot 3^2$$

$$f(b) = 3^{b+2}$$

$$f(b) = 3^b \cdot 3^2$$

$$\frac{f(a)}{9} = 3^a \quad \frac{f(b)}{9} = 3^b$$

$$f(a + b - 1) = 3^{a+b+1} = 3^a \cdot 3^b \cdot 3^1$$

$$= \frac{f(a)}{9} \cdot \frac{f(b)}{9} \cdot 3$$

$$= \frac{f(a) \cdot f(b)}{27} \text{ bulunur.}$$

Cevap : D

(1997 - ÖSS)

$$f(x) = \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f(x) = 2x + 1 - f(x + 1)$$

$f(4) = 2$ olduğuna göre, $f(2)$ nin değeri kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4



$$f(x) = 2x + 1 - f(x + 1)$$

$x = 3$ için

$$f(3) = 7 - \underbrace{f(4)}_2 = 5$$

$x = 2$ için

$$f(2) = 5 - \underbrace{f(3)}_5 = 0 \text{ bulunur.}$$

Cevap : A



(2011 - LYS)

f fonksiyonu $n \geq 1$ tamsayıları için;
 $f(n) = 2 \cdot f(n-1) + 1$ eşitliğini sağlıyor.
 $f(0) = 1$ olduğuna göre,
 $f(2)$ kaçtır?

- A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4



$$f(n) = 2f(n-1) + 1$$

$n = 1$ için,

$$f(1) = 2\overbrace{f(0)}^1 + 1 = 3$$

$n = 2$ için

$$f(2) = 2\overbrace{f(1)}^3 + 1 = 7 \text{ bulunur.}$$

Cevap : B

ÖRNEK - 5

$$f(x) = \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f(x) = f(x-1) + x + 2$$

$f(3) = 10$ ise

$f(20)$ nin değeri kaçtır?

- A) 140 B) 165 C) 196 D) 224 E) 248



$$f(x) = f(x-1) + x + 2$$

$$x = 4 \text{ için } f(4) = f(3) + 6$$

$$x = 5 \text{ için } f(5) = f(4) + 7$$

$$x = 6 \text{ için } f(6) = f(5) + 8$$

.

.

.

$$x = 20 \text{ için } f(20) = f(19) + 22$$

$$\underline{\underline{f(4) + f(5) + \dots + f(19) + f(20) = f(3) + f(4) + \dots + f(19) + 6 + 7 + \dots + 22}}$$

$$f(20) = \underline{\underline{f(3) + 6 + 7 + 8 + \dots + 22}}$$

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2} \text{ olduğundan}$$

$$f(20) = 10 + \left(\frac{22 \cdot 23}{2} - \frac{5 \cdot 6}{2} \right)$$

$f(20) = 248$ bulunur.

Cevap : E

ÖRNEK - 6

$f(x) = 3^x$ olduğuna göre, $f(2x+3)$ fonksiyonunun $f(x)$ türünden esiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $3f(x)$ B) $9f(x)$ C) $9f^2(x)$
 D) $27f^2(x)$ E) $27f(x)$



$$f(x) = 3^x$$

$$f(2x+3) = 3^{2x+3} = 3^{2x} \cdot 3^3 = (3^x)^2 \cdot 27 = (f(x))^2 \cdot 27 = 27 \cdot f^2(x)$$

Cevap : D

ÖRNEK - 7

$$f(x) = \frac{x}{x+1} \text{ olduğuna göre,}$$

$f(x-1)$ in $f(x)$ türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{f(x)+1}{2f(x)}$ B) $\frac{f(x)+2}{2f(x)}$ C) $\frac{2f(x)+1}{f(x)}$
 D) $\frac{2f(x)+1}{f(x)}$ E) $\frac{2f(x)-1}{f(x)}$



$$f(x) = \frac{x}{x+1} \quad f(x-1) = \frac{x-1}{x}$$

x i bulalım.

$$x \cdot f(x) + f(x) = x \quad \left(x = \frac{f(x)}{1-f(x)} \text{ olduğundan} \right)$$

$$f(x) = x - x \cdot f(x)$$

$$\frac{f(x)}{1-f(x)} = \frac{x \cdot [1-f(x)]}{1-f(x)}$$

$$x = \frac{f(x)}{1-f(x)} \quad f(x-1) = \frac{\frac{f(x)}{1-f(x)}}{\frac{f(x)}{1-f(x)}} - 1$$

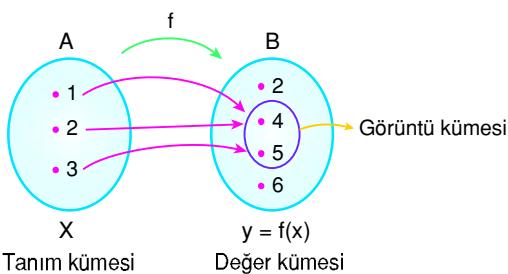
$$f(x-1) = \frac{2f(x)-1}{f(x)} \text{ bulunur.}$$

Cevap : E

FONKSİYON TANIMI

- ✓ A ve B boş olmayan iki kümeye olmak üzere, A'nın her elemanını B'nin yalnız bir elemanına eşleyen bağıntiya **A dan B ye fonksiyon** denir.
- ✓ A dan B ye fonksiyon,
 $f: A \rightarrow B$, $A \xrightarrow{f} B$, $x \rightarrow y = f(x)$ biçimlerinde gösterilir.
- ✓ $y = f(x)$ ifadesinde x bağımsız değişken, y bağımlı değişkendir.
- ✓ $y = f(x)$ ifadesi "x in f altındaki görüntüsü y dir." biçiminde okunur.
- ✓ Bir bağıntının fonksiyon olabilmesi için:
 - 1) Tanım kümesinde boşta eleman kalmamalıdır.
 - 2) Tanım kümesinin her elemanı değer kümesinin yalnız bir elemanıyla eşleşmelidir.

Örnek:



Yukarıda $f : A \rightarrow B$ şeklindeki fonksiyonun,

Tanım kümesi : $A = \{1, 2, 3\}$

Değer kümesi : $B = \{2, 4, 5, 6\}$

$f(1) = 4 \rightarrow 1$ in görüntüsü 4,

$f(2) = 4 \rightarrow 2$ nin görüntüsü 4,

$f(3) = 5 \rightarrow 3$ ün görüntüsü 5 tır.

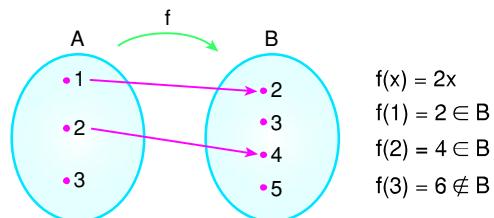
Bu durumda görüntü kümesi = {4, 5} olur.

Verilen örnekteki A dan B ye tanımlanan bağıntı fonksiyondur. Çünkü; tanım kümesinde boşta eleman kalmamış ve tanım kümesindeki her eleman değer kümesindeki sadece bir elemanla eşleşmiştir.

Örnek:

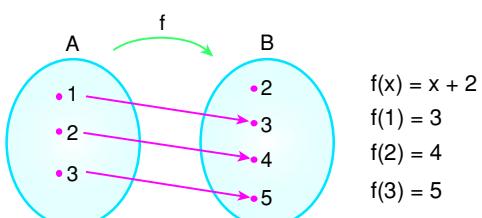
$A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 3, 4, 5\}$ olmak üzere,
 A dan B ye tanımlanan;

a) $f(x) = 2x$ bağıntısı fonksiyon mudur?



tanım kümesindeki 3 elemanın B kümesinde görüntüsi olmadığından $f(x) = 2x$ bağıntısı A dan B ye fonksiyon değildir.

b) $f(x) = x + 2$ bağıntısı fonksiyon mudur?



Tanım kümesinde açıkta eleman kalmadığından ve tanım kümesindeki her eleman değer kümesinde sadece bir elemanla eşleştiğinden $f(x) = x + 2$ bağıntısı A dan B ye fonksiyondur.

(1974 - ÜSS)

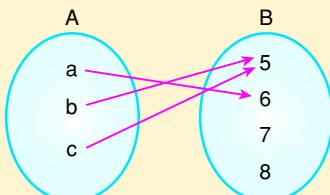
**A = {a, b, c} kümelerinden B = {5, 6, 7, 8} kümese-
ne tanımlanan aşağıdaki bağıntılardan hangisi bir
fonksiyon belirtir?**

- A) $\beta_1 = \{(a, 5), (a, 6), (a, 7), (b, 5), (c, 7)\}$
- B) $\beta_2 = \{(a, 6), (b, 5), (c, 5)\}$
- C) $\beta_3 = \{(a, 8), (b, 7), (b, 8), (a, 5)\}$
- D) $\beta_4 = \{(a, 5), (b, 6), (b, 7), (c, 8)\}$
- E) $\beta_5 = \{(a, 6), (c, 5), (c, 7)\}$

Gözüm :

A kümesinde boşta eleman kalmamalı ve A'daki her eleman B'deki sadece bir tane elemanla eşleşmeli-
dir.

B seçenekinde bu şartlar sağlanıyor.



Cevap : B

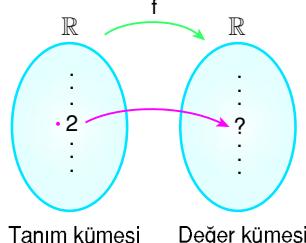
ÖRNEK - 8

Aşağıdaki bağıntılardan hangisi fonksiyondur?

- A) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{2x+1}{3x-6}$
- B) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{x+2}$
- C) $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, $f(x) = 3x-2$
- D) $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$, $f(x) = 2x-9$
- E) $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{N}$, $f(x) = x+8$

Gözüm :

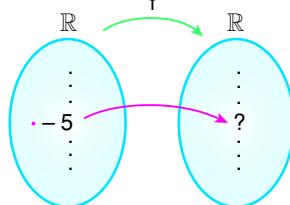
A)



$$f(x) = \frac{2x+1}{3x-6} \Rightarrow f(2) = \frac{5}{0} \quad (\text{tanımsız})$$

Tanım kümesindeki 2 elemanı boşta kalacağından fonksiyon değildir.

B)

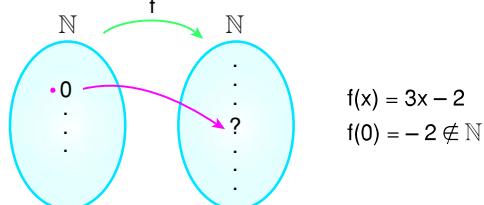


$$f(x) = \sqrt{x+2}$$

$$f(-5) = \sqrt{-5+2} = \sqrt{-3} \notin \mathbb{R}$$

Tanım kümesindeki -5 elemanı boşta kalacağından fonksiyon değildir.

C)

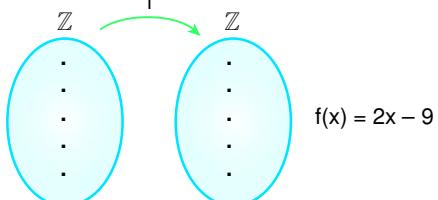


$$f(x) = 3x-2$$

$$f(0) = -2 \notin \mathbb{N}$$

Tanım kümesindeki 0 elemanı boşta kalacağından fonksiyon değildir.

D)



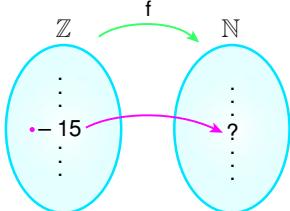
$$f(x) = 2x-9$$

Tanım kümesinde boşta eleman kalmaz ve her bir elemanın yalnız bir görüntüsü vardır.

Fonksiyondur.

FONKSİYON

E)



$$f(x) = x + 8$$

$$f(-15) = -15 + 8 = -7 \notin \mathbb{N}$$

Tanım kümesindeki -15 elemanı boşta kalacağından fonksiyon değildir.

Cevap : D

ÖRNEK - 9

$$A = \{2, 3\}, B = \{5, 7, 9, 13, 15\}$$

$f : A \rightarrow B$, $f(x) = 2x + 1$ olduğuna göre, f fonksiyonunun görüntü kümeleri aşağıdakilerden hangisidir?

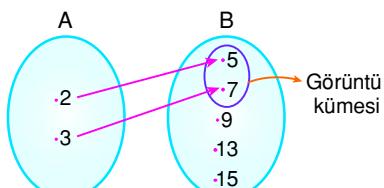
- A) $\{5, 7\}$ B) $\{7, 9\}$ C) $\{9, 13\}$
 D) $\{13, 15\}$ E) $\{5, 15\}$



$$f(x) = 2x + 1$$

$$f(2) = 5$$

$$f(3) = 7$$



Cevap : A

ÖRNEK - 10

$$f : A \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{x-1}{2}$$

ve A nın görüntü kümlesi
 $f(A) = \{1, 3, 8\}$ olduğuna göre,

A kümeleri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{2, 5\}$ B) $\{2, 3, 5\}$ C) $\{3, 7, 10\}$
 D) $\{3, 7, 15\}$ E) $\{3, 7, 17\}$

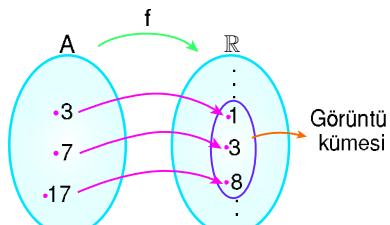


$$f(x) = \frac{x-1}{2}$$

$$\frac{x-1}{2} = 1 \text{ ise } x = 3,$$

$$\frac{x-1}{2} = 3 \text{ ise } x = 7$$

$$\frac{x-1}{2} = 8 \text{ ise } x = 17 \text{ olur.}$$

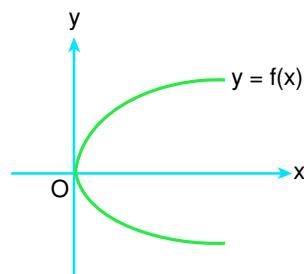


Tanım kümesi Değer kümesi

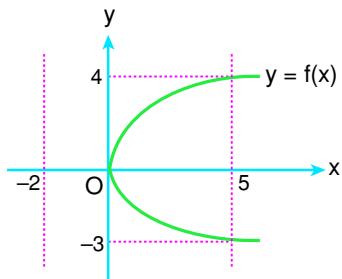
Tanım kümesi $= A = \{3, 7, 17\}$ bulunur.

Cevap : E

ÖRNEK - 11

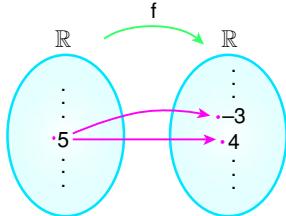


Yukarıda $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ye grafiği verilen bağıntı fonksiyon mudur?



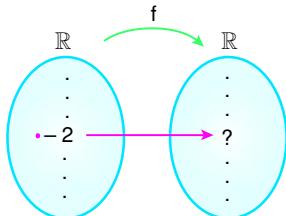
grafигe şekildeki gibi rastgele sayılar verelim. Grafiğe göre $f(5) = 4$ ve $f(5) = -3$ yani

FONKSİYON



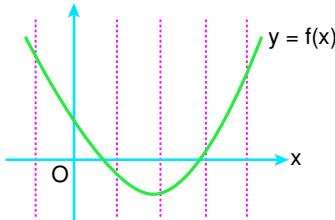
tanım kümesindeki bir eleman değer kümesinde birden fazla elemenle eşleşiyor, fonksiyon değildir.

Ayrıca $f(-2)$ kaçtır diye soralımlı.



- 2 tanım kümesinde boşta kaldığından fonksiyon değildir.

Gözüm :

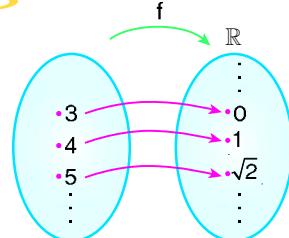


y eksenine平行 olarak çizilen doğrular grafiği sadece bir noktada kesiklerinden verilen bağıntı fonksiyondur.

ÖRNEK - 13

$f(x) = \sqrt{x-3}$ bağıntısının reel sayılarındaki en geniş tanım ve görüntü kümelerini bulalım.

Gözüm :



Tanım kümesi Değer kümesi

Reel sayıarda derecesi çift olan kökün içi negatif olamaz.

$x-3 \geq 0$, $x \geq 3$ olur.

x yerine en az 3 yazılabilir. 3 ten küçük 2 yazalım.

$$f(2) = \sqrt{2-3} = \sqrt{-1} \notin \mathbb{R}$$

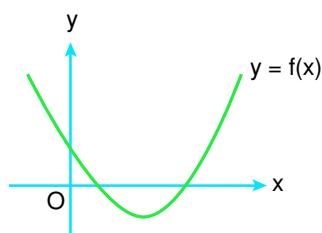
Bu durumda tanım kümesi $[3, \infty)$ olur.

x yerine 3 ve 3 ten büyük sayılar yazıldığında çıkan sonuçlar sıfır ya da pozitif reel sayılar olur.

Görüntü kümesi $[0, \infty)$ olur.

Bu arada değer kümesi bütün reel sayılar alınabilir.

ÖRNEK - 12



Yanda $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ye grafiği verilen bağıntı fonksiyon mudur?

ÖRNEK - 14

$f(x) = \frac{3}{x-5}$ fonksiyonunun reel sayılardaki en geniş tanım kümesini bulalım.



$$f(x) = \frac{3}{x-5} \quad f(5) = \frac{3}{0} = \text{tanımsız.}$$

x yerine 5 hariç bütün reel sayılar yazılabilir. Bu durumda en geniş tanım kümesi $\mathbb{R} - \{5\}$ olur.

ÖRNEK - 15

$f(x) = \sqrt{x-2} + \sqrt[3]{x-5} + \sqrt[4]{7-x}$ fonksiyonunun reel sayılardaki en geniş tanım kümesini bulalım.



Kökün derecesi tek olduğunda x yerine bütün reel sayılar yazılabilir. Kökün içi negatif de olsa tanımlı olur. Bu durumda $\sqrt[3]{x-5}$ ifadesi x in bütün reel değerleri için tanımlıdır.

$\sqrt{x-2}$ ve $\sqrt[4]{7-x}$ dereceleri çift olduğundan köklerin içi sıfır ya da pozitif olmalıdır.

$$x-2 \geq 0 \quad \text{ve} \quad 7-x \geq 0$$

$$x \geq 2 \quad \text{ve} \quad 7 \geq x$$

Tanım kümesi $[2, 7]$ olur.

ÖRNEK - 16

$$f : \mathbb{R} - \{2\} \rightarrow \mathbb{R}$$

$f(x) = \frac{3x-1}{x-a+1}$ olduğuna göre, $f(a)$ kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 7 E) 8



$f(x)$ fonksiyonunun tanım kümesi $\mathbb{R} - \{2\}$ olduğundan $x = 2$ değeri $f(x)$ fonksiyonunu tanımsız yapar. Yani $x = 2$ için ifadenin paydası 0 olur.

$$x - a + 1 = 0$$

$$\downarrow$$

$$2 - a + 1 = 0$$

$$3 - a = 0$$

$$a = 3$$

$a = 3$ için $f(x) = \frac{3x-1}{x-2}$ olur.

$$f(a) = f(3) = \frac{8}{1} = 8 \text{ bulunur.}$$

Cevap : E

(2010 LYS - 1)

$$f(x) = \sqrt{2-|x+3|}$$

fonksiyonunun tanım aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $0 \leq x \leq 3$ B) $-1 \leq x \leq 5$ C) $-3 \leq x \leq 4$
 D) $-3 \leq x \leq 0$ E) $-5 \leq x \leq -1$



Kökün içi 0 ya da pozitif olmalıdır.

$$2 - |x+3| \geq 0$$

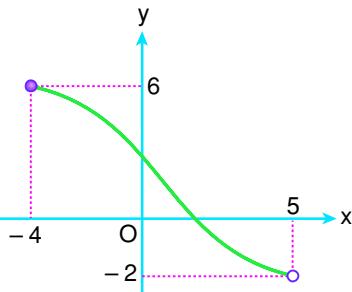
$$|x+3| \leq 2$$

$$-2 \leq x+3 \leq 2$$

$$-5 \leq x \leq -1 \text{ bulunur.}$$

Cevap : E

ÖRNEK - 17



Yukarıda şekli verilen $y = f(x)$ fonksiyonunun tanım ve görüntü kümelerini bulalım.

FONKSİYON



Grafikte x yerlerine -4 dahil olmak üzere, -4 ile 5 arasındaki sayılar yazıldığı görülmektedir.

Tanım kümesi $= [-4, 5)$ olur.

Grafikte $f(x) = y$ değerleri 6 dahil olmak üzere, -2 ile 6 arasında değerler alır.

Görüntü kümesi $= (-2, 6]$ olur.

ÖRNEK - 18

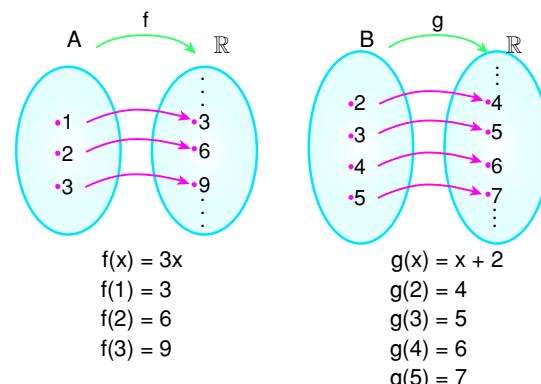
$$A = \{1, 2, 3\}, B = \{2, 3, 4, 5\},$$

$$f : A \rightarrow \mathbb{R} \quad f(x) = 3x$$

$$g : B \rightarrow \mathbb{R} \quad g(x) = x + 2$$

olduğuna göre, $f \cdot g$ fonksiyonunun görüntü kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{24, 45\}$ B) $\{12, 18\}$ C) $\{12, 26, 65\}$
 D) $\{18, 24\}$ E) $\{6, 8, 9\}$

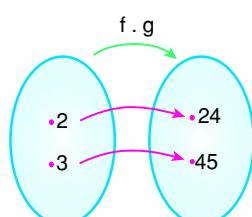


$f \cdot g$ fonksiyonunun görüntü kümesini bulalım.

$f(1) \cdot g(1)$ bulunamaz, çünkü $f(1) = 3$ olup, $g(1)$ verilmemiş. Bu durumda f ve g fonksiyonlarının tanım kümesinde bulunan ortak elemanları seçelim.

$$f(2) \cdot g(2) = 6 \cdot 4 = 24$$

$$f(3) \cdot g(3) = 9 \cdot 5 = 45$$



Cevap : A

ÖRNEK - 19

3 farklı mektup zarfı 6 posta kutusuna kaç farklı şekilde atılabilir?



Permutasyon konusunda bu tip sorularla sıkça karşılaşırız.

1. zarfı 6 farklı kutudan birine atabiliriz.

2. zarfı 6 farklı kutudan birine atabiliriz.

3. zarfı 6 farklı kutudan birine atabiliriz.

O halde $6 \cdot 6 \cdot 6 = 216$ bulunur.

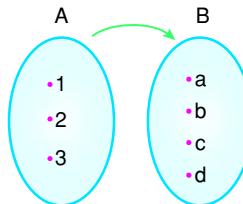
ÖRNEK - 20

$A = \{1, 2, 3\}, B = \{a, b, c, d\}$ olduğuna göre,

- a) A dan B ye tanımlı fonksiyon sayısı kaçtır?
 b) B den A ya tanımlı fonksiyon sayısı kaçtır?



a)



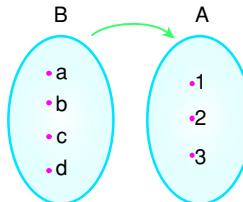
1 in eşleşebileceği 4 farklı eleman vardır.

2nin eşleşebileceği 4 farklı eleman vardır.

3ün eşleşebileceği 4 farklı eleman vardır.

$4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$ bulunur.

b)



a nin eşleşebileceği 3 farklı eleman vardır.

b nin eşleşebileceği 3 farklı eleman vardır.

c nin eşleşebileceği 3 farklı eleman vardır.

d nin eşleşebileceği 3 farklı eleman vardır.

$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81$ bulunur.

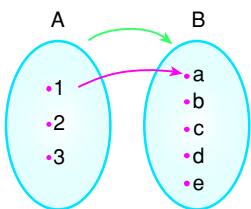
FONKSİYON

NOT :

A kümesinden B kümesine tanımlanan fonksiyon sayısı $s(B)^{s(A)}$ dır.

ÖRNEK - 21

- $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{a, b, c, d, e\}$ olduğuna göre,
A dan B ye içinde (1, a) elemanınının olduğu kaç farklı fonksiyon vardır?
- A) 10 B) 15 C) 20 D) 25 E) 45



- 1 in eşleşebileceği sadece a yani 1 eleman vardır.
2 nin eşleşebileceği 5 farklı eleman vardır.
3 ün eşleşebileceği 5 farklı eleman vardır.
 $1 \cdot 5 \cdot 5 = 25$ bulunur.

Cevap : D

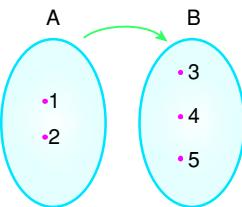
ÖRNEK - 22

- $A = \{1, 2\}$, $B = \{3, 4, 5\}$ olduğuna göre, A dan B ye
- Kaç farklı bağıntı vardır?
 - Kaç farklı fonksiyon vardır?
 - Kaç farklı fonksiyon olmayan bağıntı vardır?



a) A dan B ye bağıntı sayısı
 $= 2^{s(A)} \cdot s(B) = 2^2 \cdot 3 = 2^6 = 64$

b)



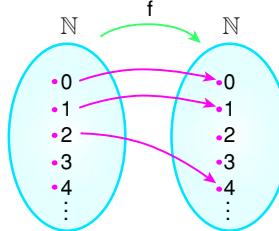
- 1 in eşleşebileceği 3 farklı eleman vardır.
2 nin eşleşebileceği 3 farklı eleman vardır.
 $3 \cdot 3 = 9$ bulunur.
c) $64 - 9 = 55$ bulunur.

FONKSİYON ÇEŞİTLERİ

- 1) **Bire bir Fonksiyon :** $f : A \rightarrow B$ fonksiyonunda, A kümesindeki elemanların her biri B kümesinde farklı elemanlar ile eşleşmişse, f birebir fonksiyondur.

ÖRNEK - 23

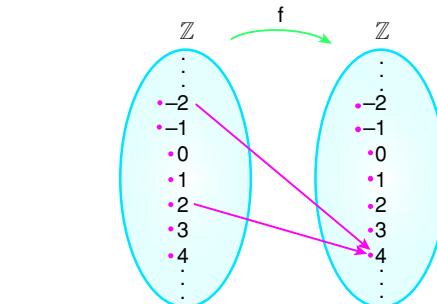
$f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, $f(x) = x^2$ fonksiyonu bire bir midir?



Tanım kümesindeki her bir eleman değer kümesinde farklı elemanla eşleştiğinden, $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ ye $f(x) = x^2$ fonksiyonu bire biridir.

ÖRNEK - 24

$f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$, $f(x) = x^2$ fonksiyonu bire bir midir?



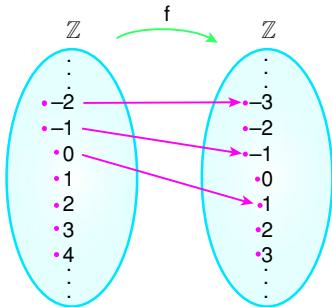
Tanım kümesinde bulunan -2 ve 2 sayılarının ikisi değer kümesinde 4 ile eşleşmiştir. Bu durumda $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ ye $f(x) = x^2$ fonksiyonu bire bir değildir.

FONKSİYON

ÖRNEK - 25

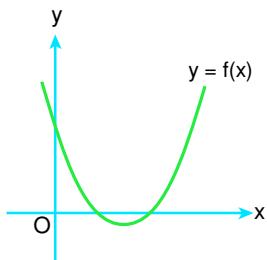
$f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ $f(x) = 2x + 1$ fonksiyonu bire bir midir?

Cözüm :



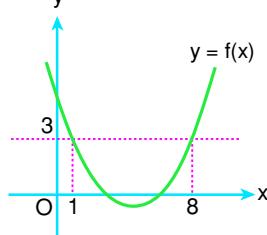
Tanım kümesindeki elemanlar değer kümesinde farklı elemanlarla eşleştiğinden verilen fonksiyon bire birdir.

ÖRNEK - 26

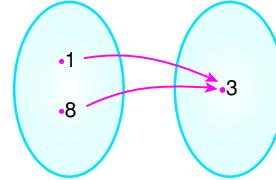


$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ye tanımlanan grafiği verilen $y = f(x)$ fonksiyonu bire bir midir?

Cözüm :



rastgele değerler verdığımızde,



$$f(1) = 3$$

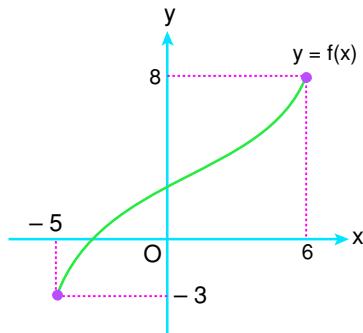
$$f(8) = 3$$

tanım kümesindeki 1 ve 8 sayılarının her ikisinin de değer kümesinde 3 ile eşleştiği görülür. Bu durumda grafiği verilen fonksiyon bire bir değildir.

NOT :

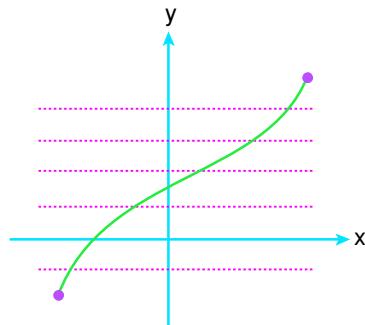
Grafiği verilen fonksiyonun bire bir olup olmadığını şu şekilde bulabiliriz. x eksenine平行 çizilen doğrular tanımlı olduğu aralıktan, grafiği yalnız bir noktada kesiyorsa fonksiyon birebir olur.

ÖRNEK - 27



Yukarıda $f : [-5, 5] \rightarrow [-3, 8]$ e grafiği verilen fonksiyon bire bir midir?

Cözüm :



x eksenine平行 çizilen doğruların her biri fonksiyon grafiğini birer kez kestiğinden bire birdir.

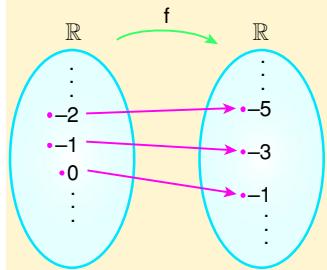
(1974 - ÜSS)

Gerçek sayılar kümesinde tanımlı,

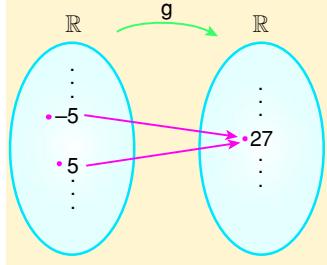
- I. $f(x) = 2x - 1$
- II. $g(x) = x^2 + 2$
- III. $h(x) = x^3$

fonksiyonlarından hangileri bire birdir?

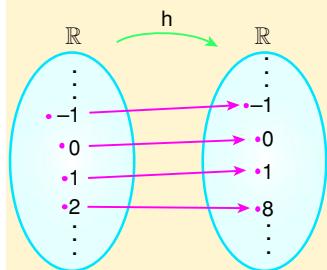
- A) I ve II B) Yalnız I C) I, II ve III
 D) I ve III E) Yalnız II



f fonksiyonu bire birdir.



g fonksiyonu bire bir değildir.
 Çünkü;
 $g(-5) = g(5) = 27$
 Tanım kümesindeki -5 ve 5 sayıları değer kümesinde 27 ile aynı sayıyla eşleşmiştir.



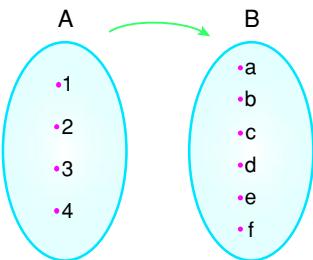
h fonksiyonu bire birdir.

Cevap : D

ÖRNEK - 28

$A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{a, b, c, d, e, f\}$ olduğuna göre,
A dan B ye kaç farklı bire bir fonksiyon vardır?

- A) 120 B) 240 C) 360 D) 480 E) 600



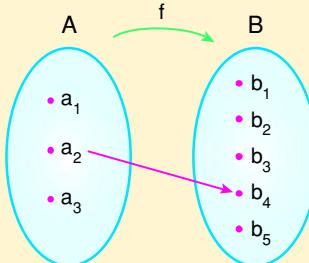
- 1 in eşleşebileceği 6 farklı eleman vardır.
 2 nin eşleşebileceği 5 farklı eleman kaldı.
 3 ün eşleşebileceği 4 farklı eleman kaldı.
 4 ün eşleşebileceği 3 farklı eleman kaldı.

$$6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 360$$

Cevap : C

(2008 ÖSS MAT - 2)

Aşağıda $A = \{a_1, a_2, a_3\}$ ve $B = \{b_1, b_2, b_3, b_4, b_5\}$ kümeleri verilmiştir.



A dan B ye $f(a_2) = b_4$ olacak biçimde kaç tane bire bir f fonksiyonu tanımlanabilir?

- A) 24 B) 20 C) 16 D) 12 E) 10



f fonksiyonunun bire bir olabilmesi için a_1, a_2 ve a_3 ün her biri B kümesindeki farklı elemanlarla eşleşmesi gereklidir.

a_2 sadece b_4 ile eşleşmiştir.

$a_2, 1$ farklı elemanla eşleşebilir.

$a_1; b_4$ ile ile eşleşemeyeceğinden b_4 haricinde kalan 4 elemanla eşleşebilir.

a_3 , kalan 3 elemanla eşleşebilir.

$1 \cdot 4 \cdot 3 = 12$ bulunur.

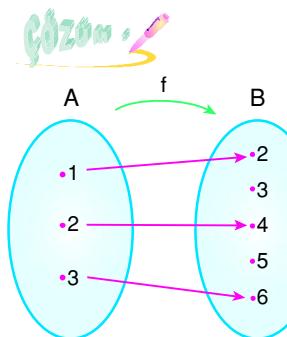
Cevap : D

2) Örten Fonksiyon : $f : A \rightarrow B$ fonksiyonunda $f(A) = B$ ise yani görüntü kümesi ile değer kümesi eşit oluyorsa, bir başka ifadeyle değer kümesinde açıkta eleman kalmıyorsa, f fonksiyonu örtenidir.

ÖRNEK - 29

$$A = \{1, 2, 3\}, B = \{2, 3, 4, 5, 6\}$$

$f : A \rightarrow B, f(x) = 2x$ şeklinde tanımlanan fonksiyonu örten midir?

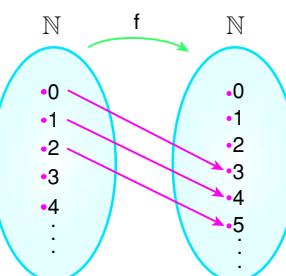


$$\begin{aligned}f(x) &= 2x \\f(1) &= 2 \\f(2) &= 4 \\f(3) &= 6\end{aligned}$$

B kümesinde 5 ve 6 açıkta kaldığından f fonksiyonu örten değildir.

ÖRNEK - 30

$f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, f(x) = x + 3$ fonksiyonu örten midir?



$$\begin{aligned}f(x) &= x + 3 \\f(0) &= 3 \\f(1) &= 4 \\f(2) &= 5 \\&\vdots\end{aligned}$$

Değer kümesinde 0,1 ve 2 elemanları açıkta kaldığından f fonksiyonu örten değildir.

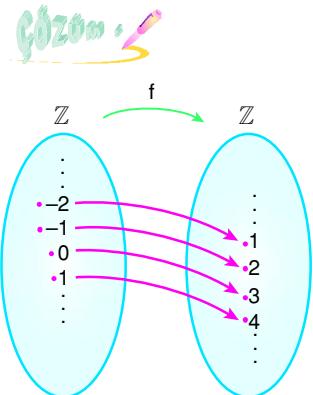
NOT :

Bire bir fonksiyonun tanımı şu şekilde yapılabilir.
 $f : A \rightarrow B$
 $x_1 \in A, x_2 \in A$ olmak üzere,
 $x_1 \neq x_2$ ise $f(x_1) \neq f(x_2)$ ya da
 $f(x_1) = f(x_2)$ ise $x_1 = x_2$ oluyorsa,
 f fonksiyonu bire birdir.

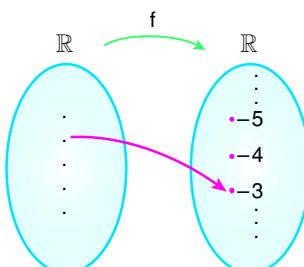
FONKSİYON

ÖRNEK - 31

$f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$, $f(x) = x + 3$ fonksiyonu örten midir?

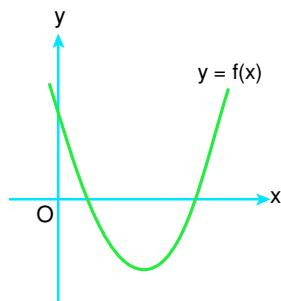


Değer kümesinde açıkta eleman kalmağından f fonksiyonu örtendir.

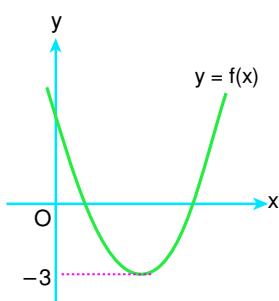


örten değildir.

ÖRNEK - 32



$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, grafiği verilen $y = f(x)$ fonksiyonu örten midir?

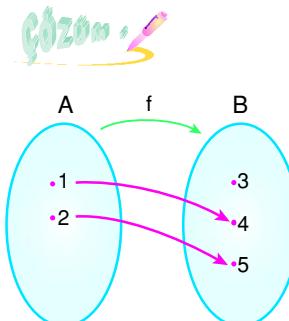


$f(x)$ fonksiyonunun alabileceği en küçük değer -3 olsun. Bu durumda değer kümesinde bulunan $\dots, -6, -5, -4$ gibi elemanlar açıkta kalır.

3) İçine Fonksiyon : $f : A \rightarrow B$ fonksiyonu $f(A) \neq B$ ise yani görüntü kümesi ile değer kümesi eşit değilse, yani değer kümesinde açıkta eleman kalıyorsa, f fonksiyonu içine fonksiyondur. Örten olmayan fonksiyonlar olarak da düşünülebilir.

ÖRNEK - 33

$A = \{1, 2\}$, $B = \{3, 4, 5\}$ $f : A \rightarrow B$ $f(x) = x + 3$ fonksiyonu içine fonksiyon mudur?

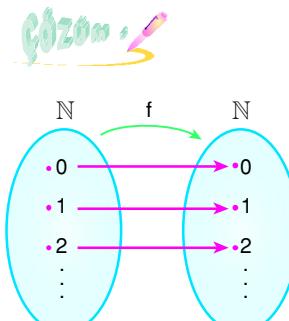


$$\begin{aligned}f(x) &= x + 3 \\f(1) &= 4 \\f(2) &= 5\end{aligned}$$

B kümesinde açıkta eleman kalmağından f fonksiyonu içine fonksiyondur.

ÖRNEK - 34

$f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, $f(x) = x$ fonksiyonu içine fonksiyon mudur?

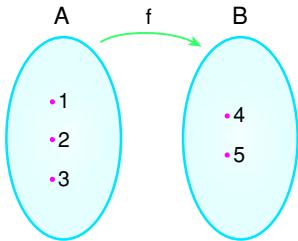


Değer kümesinde açıkta eleman kalmağının ardından f fonksiyonu içine fonksiyon değildir. Örten fonksiyondur.

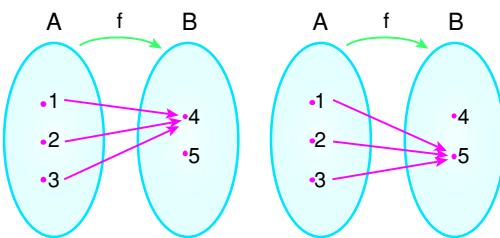
ÖRNEK - 35

$A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{4, 5\}$ olduğuna göre, $f : A \rightarrow B$ ye

- Kaç farklı fonksiyon tanımlanabilir?
- Kaç farklı içine fonksiyon tanımlanabilir?
- Kaç farklı örten fonksiyon tanımlanabilir?



- a) 1 in eşleşebileceği 2 eleman vardır.
2 nin eşleşebileceği 2 eleman vardır.
3 ün eşleşebileceği 2 eleman vardır.
 $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$ bulunur.
- b) İçine fonksiyon olabilmesi için, değer kümesinde 4 ve 5 elemanlarından birisi açıkta kalmalıdır. Bu durumda 1, 2 ve 3 elemanlarının tamamı ya 4 ile, ya da 5 ile eşleşmelidir.



2 tane içine fonksiyon vardır.

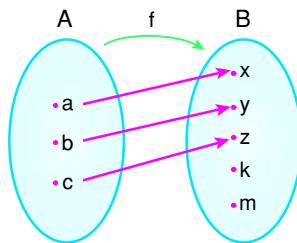
- c) İçine olmayan fonksiyonlar örten olduğundan, tüm fonksiyonların sayısından içine fonksiyonların sayısını çıkaralım.
 $8 - 2 = 6$ olur.

ÖRNEK - 36

A kümesinin eleman sayısı $2n + 1$, B kümesinin eleman sayısı $n + 10$ dur.

$f : A \rightarrow B$ ye birebir ve içine fonksiyon olduğuna göre, n sayısı en fazla kaçtır?

- A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 15



Yukarıda birebir ve içine fonksiyon örneğinde değer kümesinin eleman sayısının tanım kümesinin eleman sayısından fazla olduğu görülmektedir.

Bu durumda,

$$s(B) > s(A)$$

$$n+10 > 2n+1$$

$$9 > n$$

$$\downarrow$$

$$8$$

Cevap : B

4) Tek ve Çift Fonksiyonlar :

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R},$$

$f(-x) = f(x)$ ise f çift fonksiyondur.

$f(-x) = -f(x)$ ise f tek fonksiyondur.

Analitik düzleme;

✓ çift fonksiyonların grafikleri y eksenine göre simetiktir.

✓ tek fonksiyonların grafikleri orijine göre simetiktir.

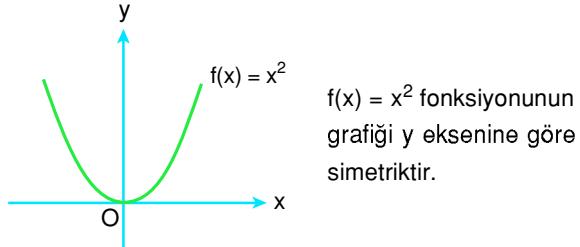
ÖRNEK - 37

$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2$ fonksiyonunu inceleyelim.

$$f(x) = x^2$$

$$f(-x) = x^2$$

$f(-x) = f(x)$ olduğuna göre, f çift fonksiyondur.



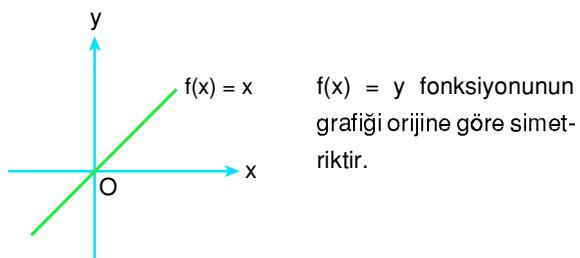
ÖRNEK - 38

$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x$ fonksiyonunu inceleyelim.

$$f(x) = x$$

$$f(-x) = -x$$

$f(-x) = -f(x)$ olduğundan $f(x)$ tek fonksiyondur.



ÖRNEK - 39

$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 + x^2$ fonksiyonunu inceleyelim.

$$f(x) = x^3 + x^2$$

$$f(-x) = -x^3 + x^2$$

$f(-x) \neq f(x)$ $\left\{ \begin{array}{l} f(x) = x^3 + x^2 \text{ fonksiyonu tek ve çift} \\ \text{fonksiyonların şartlarını sağlamadı-} \\ \text{ğinden çift veya tek fonksiyon değil-} \\ \text{dir.} \end{array} \right.$



$a, b, c, d, e, f \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

$f(x) = ax^5 + bx^4 + cx^3 + dx^2 + ex + f$ fonksiyonunun

1) Çift olması için $a = c = e = 0$ olmalıdır.

2) Tek olması için $b = d = f = 0$ olmalıdır.

ÖRNEK - 40

$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = ax^4 + (a-2)x^3 + (b-1)x^2 + (b+3)x + a+b+4$$

fonksiyonu çift fonksiyon olduğuna göre, $f(1)$ kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5



$$a - 2 = b + 3 = 0$$

$$a = 2, b = -3 \text{ olur.}$$

a ve b yerlerine yazılırsa,

$$f(x) = 2x^4 - 4x^2 + 3$$

$$f(1) = 2 - 4 + 3 = 1 \text{ bulunur.}$$

Cevap : A

ÖRNEK - 41

$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^3}{x^4 + 1}$ fonksiyonunun grafiği ile ilgili aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $y = x$ doğrusuna göre simetiktir.
 B) $y = -x$ doğrusuna göre simetiktir.
 C) Orijine göre simetiktir.
 D) y eksene göre simetiktir.
 E) x eksene göre simetiktir.



$$f(x) = \frac{x^3}{x^4 + 1}$$

$$f(-x) = \frac{-x^3}{x^4 + 1}$$

$f(-x) = -f(x)$ olduğundan $f(x)$ tek fonksiyondur. Tek fonksiyonların grafikleri orijine göre simetiktir.

Cevap : C

ÖRNEK - 42

$f(x)$ fonksiyonunun grafiği y eksenine göre simetiktir.

$f(x) = 3f(-x) + x^2 + 1$ olduğuna göre, $f(3)$ ün değeri kaçtır?

- A) -7 B) -5 C) -1 D) 3 E) 9



$f(x)$ fonksiyonunun grafiği y eksenine göre simetrik olduğundan $f(x)$ çift fonksiyondur. $f(-x) = f(x)$ olur.

$$f(x) = 3f(-x) + x^2 + 1$$

$$f(x) = 3f(x) + x^2 + 1$$

$$-2f(x) = x^2 + 1$$

$$f(x) = \frac{x^2 + 1}{-2}$$

$$f(3) = \frac{3^2 + 1}{-2} = -5 \text{ bulunur.}$$

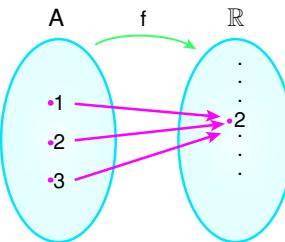
Cevap : B

5) Sabit Fonksiyon : $f : A \rightarrow B$ ye tanımlı bir fonksiyon ve c bir reel sayı olmak üzere, $\forall x \in A$ için $f(x) = c$ oluyorsa, f sabit fonksiyondur. A kümesinin bütün elemanlarını B kümesinde yalnız bir elemanla eşleyen fonksiyonlara sabit fonksiyon denir.

Yukarıdaki tanımda c sayısını 0 aldığımızda oluşan fonksiyona sıfır fonksiyonu denir. Yani sıfır fonksiyonu sabit fonksiyonun özel halidir.

ÖRNEK - 43

$A = \{1, 2, 3\}$, $f : A \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2$ fonksiyonu sabit fonksiyon mudur?



$$\begin{aligned}f(x) &= 2 \\f(1) &= 2 \\f(2) &= 2 \\f(3) &= 2\end{aligned}$$

A nin her elemanı değer kümesinde aynı elemanla eşleştiğinden, f fonksiyonu sabit fonksiyondur.

ÖRNEK - 44

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$f(x) = (a-2)x^2 + (b-3)x + a + b + 1$ fonksiyonu sabit fonksiyon ise, $f(2) + f(1)$ toplamı kaçtır?

- A) 10 B) 12 C) 15 D) 18 E) 24



Sabit fonksiyonda $f(x) = c = 0x^2 + 0x + c$ değişkenin yani x li terimlerin katsayıları 0 olmalıdır.

$$f(x) = \underbrace{(a-2)x^2}_0 + \underbrace{(b-3)x}_0 + a + b + 1$$

$$a = 2 \quad b = 3$$

a ve b yerine yazılırsa

$$f(x) = 6$$

$$f(2) + f(1) = 6 + 6 = 12 \text{ bulunur.}$$

Cevap : B

ÖRNEK - 45

$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $f(x) = x^{a-3} + (b-5)x + a \cdot b - 4$ fonksiyonu sabit fonksiyon olduğuna göre, $f(5)$ kaçtır?

- A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 15



x değişkenlerini yok edelim.

$$a - 3 = 0 \quad b - 5 = 0$$

$$a = 3 \quad b = 5$$

a ve b yerlerine yazılırsa,

$$f(x) = x^0 + 0 + 3 \cdot 5 - 4$$

$$f(x) = 12$$

$$f(5) = 12$$

Ayrıca x^{a-3} ifadesini birinci dereceden yapıp daha sonra x değişkenini yok edelim.

$$a - 3 = 1, \quad a = 4$$

$$f(x) = x^{a-3} + (b-5)x + a \cdot b - 4$$

$a = 4$ için

$$f(x) = x + (b-5)x + 4b - 4$$

$$f(x) = (b-4)x + 4b - 4$$

$$b - 4 = 0, \quad b = 4 \text{ olur.}$$

$$b = 4 \text{ için } f(x) = 12, \quad f(5) = 12$$

İki durumda da $f(5) = 12$ bulunur.

Cevap : D

ÖRNEK - 46

$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $f(x) = (a+3)x^3 + (b-8)x + 2a + b + c$ fonksiyonu sıfır fonksiyonu olduğuna göre, c kaçtır?

- A) -2 B) 1 C) 3 D) 6 E) 8



$$f(x) = 0$$

$$f(x) = \underbrace{(a+3)x^3}_0 + \underbrace{(b-8)x}_0 + \underbrace{(2a+b+c)}_0 = 0$$

$$a = -3, \quad b = 8, \quad -6 + 8 + c = 0$$

$$c = -2 \text{ olur.}$$

Cevap : A

ÖRNEK - 47

$$f(x) = \frac{10x^2 + 6x + 4}{5x^2 + 3x + 2}$$

fonksiyonu sabit fonksiyon mudur?



$$f(x) = \frac{10x^2 + 6x + 4}{5x^2 + 3x + 2} = \frac{2(5x^2 + 3x + 2)}{5x^2 + 3x + 2} = 2$$

$f(x) = 2$ sabit fonksiyondur.

NOT :

$f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{dx^2 + ex + f}$ sabit fonksiyon ise

$$\frac{a}{d} = \frac{b}{e} = \frac{c}{f} \text{ olur.}$$

Pay ve paydadaki aynı dereceli terimlerin katsayıları oranı birbirine eşittir.

ÖRNEK - 48

$$R - \left\{ \frac{-5}{2} \right\} \rightarrow \mathbb{R} \text{ ye tanımlanan}$$

$f(x) = \frac{8x+a}{2x+5}$ fonksiyonu sabit fonksiyon olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 10 D) 15 E) 20



$f(x) = \frac{8x+a}{2x+5}$ ifadesinde $\frac{8}{2} = \frac{a}{5}, \quad a = 20$ bulunur.



$f(x) = \frac{8x+a}{2x+5}$ sabit fonksiyon olduğuna göre,

$$f(0) = f(1) \text{ olur.}$$

$$\frac{a}{5} = \frac{8+a}{7}, \quad 7a = 40 + 5a, \quad a = 20 \text{ bulunur.}$$

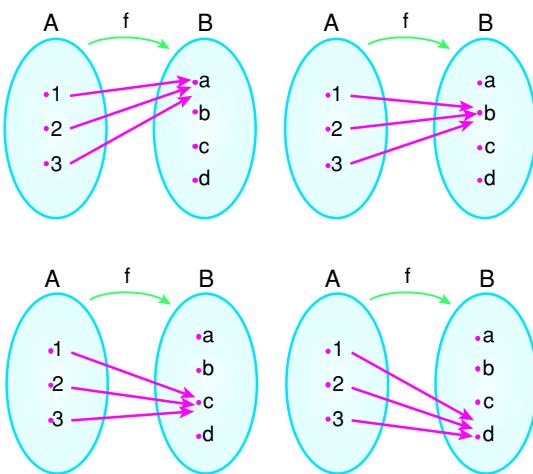
Cevap : E

FONKSİYON

ÖRNEK - 49

$A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{a, b, c, d\}$ olduğuna göre, A dan B ye kaç farklı sabit fonksiyon tanımlanabilir?

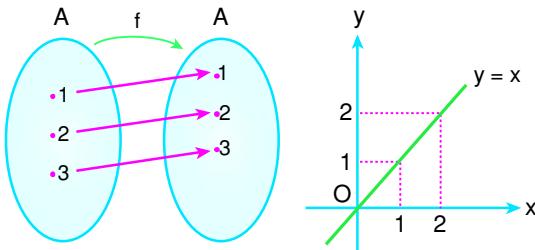
- A) 3 B) 4 C) 12 D) 64 E) 81



Sabit fonksiyon olabilmesi için tanım kümesindeki elemanların tamamı değer kümesindeki yalnız bir elemanla eşleşmeliidir.

Yukarıdaki gibi 4 tane tanımlanabilir.

Cevap : B



Birim fonksiyonun her elemanı 1. açıortay doğrusu üzerindedir.

ÖRNEK - 50

$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$,
 $f(x) = (a+2)x^3 + (b-5)x + c - 3$ fonksiyonu, birim fonksiyon olduğuna göre, $a+b+c$ toplamı kaçtır?

- A) 3 B) 5 C) 7 D) 8 E) 11



$$f(x) = x$$

$$f(x) = \underbrace{(a+2)}_0 x^3 + \underbrace{(b-5)}_1 x + \underbrace{(c-3)}_0 = x$$

$$\begin{aligned} a+2 &= 0 & b-5 &= 1 & c-3 &= 0 \\ a &= -2 & b &= 6 & c &= 3 \end{aligned}$$

$$a+b+c = -2 + 6 + 3 = 7$$
 bulunur.

Cevap : C

NOT :

A dan B ye sabit fonksiyon sayısı her zaman B kümesinin eleman sayısı kadar olur.

6) Birim (Özdeş) Fonksiyon : $f : A \rightarrow A$ ya bir fonksiyon olsun. Her $x \in A$ için $f(x) = x$ oluyorsa, f birim (özdeş) fonksiyondur. Birim fonksiyon birebir ve örtendir.

ÖRNEK - 51

$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = y$ birim fonksiyon olmak üzere,
 $f(2x+5) = (a-3)x^2 + (b-2)x + c + 1$ olduğuna göre, $a+b+c$ toplamı kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 5 D) 7 E) 11



$$f(x) = x$$

$$f(2x + 5) = 2x + 5$$

$$f(2x + 5) = \underbrace{(a - 3)}_0 x^2 + \underbrace{(b - 2)}_2 x + \underbrace{(c + 1)}_5 = 2x + 5$$

$$a - 3 = 0 \quad b - 2 = 2 \quad c + 1 = 5$$

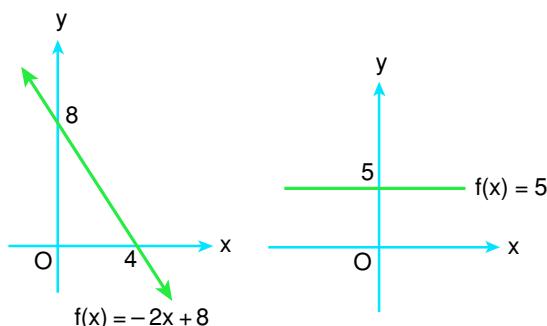
$$a = 3 \quad b = 4 \quad c = 4$$

$$a + b + c = 3 + 4 + 4 = 11 \text{ bulunur.}$$

Cevap : E

7) Doğrusal Fonksiyon : $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ye $f(x) = ax + b$ şeklindeki fonksiyonlardır. Doğrusal fonksiyonun grafiği analitik düzlemede bir doğrudur.

Örneğin,



Yukarıdaki grafikleri verilen $f(x) = -2x + 8$ ve $f(x) = 5$ fonksiyonları birer doğrusal fonksiyondur.

ÖRNEK - 52

$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = y$ doğrusal fonksiyon olmak üzere,
 $f(3) = 10$, $f(4) = 15$ olduğuna göre, $f(6)$ kaçtır?

- A) 20 B) 22 C) 25 D) 30 E) 34



$$f(x) = ax + b \text{ olsun}$$

$$f(3) = 3a + b = 10$$

$$f(4) = 4a + b = 15$$

$$a = 5$$

$$b = -5$$

$$f(x) = ax + b$$

$$f(x) = 5x - 5$$

$$f(6) = 25 \text{ bulunur.}$$

Cevap : C

ÖRNEK - 53

$f(x)$ doğrusal fonksiyon olmak üzere,
 $f(2) + f(3) - f(5) = 12$ olduğuna göre,
 $f(0)$ kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 8 D) 10 E) 12



$$f(x) = ax + b \text{ olsun}$$

$$f(2) = 2a + b$$

$$f(3) = 3a + b$$

$$f(5) = 5a + b$$

$$f(2) + f(3) - f(5) = 12$$

$$(2a + b) + (3a + b) - (5a + b) = 12$$

$$b = 12 \text{ olur.}$$

$$f(x) = ax + b$$

$$f(x) = ax + 12$$

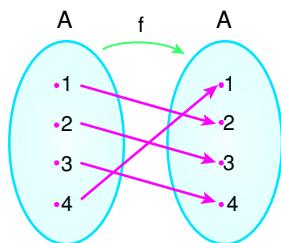
$$f(0) = 12 \text{ bulunur.}$$

Cevap : E

8) Permütasyon Fonksiyon : A sonlu bir küme olmak üzere, $f : A \rightarrow A$ ya bire bir ve örten fonksiyonlara permütasyon fonksiyon denir.

ÖRNEK - 54

$A = \{1, 2, 3, 4\}$ kümesinde tanımlı $f : \{(1, 2), (2, 3), (3, 4), (4, 1)\}$ fonksiyonu permütasyon fonksiyondur. Çünkü birebir ve örtendir.



$f : \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}$ şeklinde gösterilir.

$f(1) = 2, f(2) = 3, f(3) = 4, f(4) = 1$ şeklinde okunabilir.

ÖRNEK - 55

$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ olmak üzere, A da tanımlı f ve g permütasyon fonksiyonları

$$f : \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 2 & 5 & 1 & 4 \end{pmatrix} \text{ ve } g : \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 4 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

olduğuna göre,

$f(g(3)) + (f + g)(1)$ toplamı kaçtır?

- A) 8 B) 10 C) 11 D) 13 E) 15



$$\underline{\underline{f(g(3)) + (f + g)(1) = f(3) + f(1) + g(1)}}_3$$

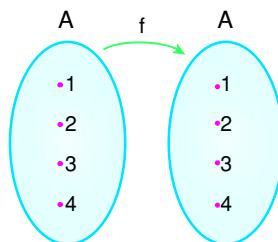
$$= 5 + 3 + 5 = 13 \text{ bulunur.}$$

Cevap : D

ÖRNEK - 56

$A = \{1, 2, 3, 4\}$ kümesi üzerinde kaç farklı permütasyon fonksiyon tanımlanabilir?

- A) 6 B) 12 C) 18 D) 24 E) 36



A dan A ya birebir ve örten fonksiyonların sayısını bulacağız.

- 1 in eşleşebileceği 4 farklı eleman vardır.
2 nin eşleşebileceği 3 farklı eleman kaldı.
3 ün eşleşebileceği 2 farklı eleman kaldı.
4 ün eşleşebileceği 1 farklı eleman kaldı.
 $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$ bulunur.

Cevap : D

NOT :

Pratik olarak $s(A) = n$ ise A kümesi üzerinde n! tane permütasyon fonksiyon tanımlanabilir.



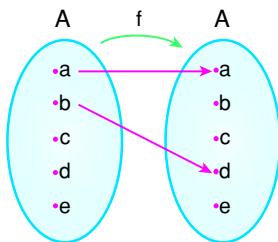
$s(A) = 4$ olduğundan,
 $4! = 24$ bulunur.

FONKSİYON

ÖRNEK - 57

$A = \{a, b, c, d, e\}$ kümesi üzerinde içinde (a, a) ve (b, d) elemanlarının olduğu kaç farklı permutasyon fonksiyon tanımlanabilir?

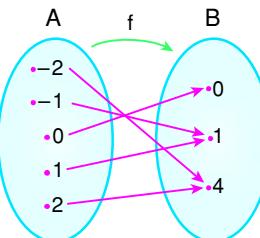
- A) 6 B) 12 C) 18 D) 24 E) 30



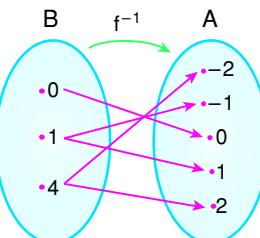
a nin eşleştiği sadece 1 tane,
b nin eşleştiği sadece 1 tane,
c nin eşleşebileceği 3 tane eleman kaldı.
d nin eşleşebileceği 2 eleman kaldı.
e nin eşleşebileceği 1 eleman kaldı.
 $1 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$ bulunur.

Cevap : A

Gözüm :



f bir fonksiyondur.



f^{-1} fonksiyon değilidir. Çünkü f^{-1} fonksiyonunda tanım kümesindeki 1 ve 4 elemanları değer kümesindeki ikişer elemanla eşleşmişdir.

FONKSİYONLARIN TERSİ

$f : A \rightarrow B$ ye olmak üzere, $y = f(x)$ birebir ve örten iken $f(x)$ fonksiyonunun tersi de fonksiyon olur.

$f : A \rightarrow B$ ise $f^{-1} : B \rightarrow A$

$f(x) = y$ ise $f^{-1}(y) = x$ olur.

$(x, y) \in f$ ise $(y, x) \in f^{-1}$ olur.

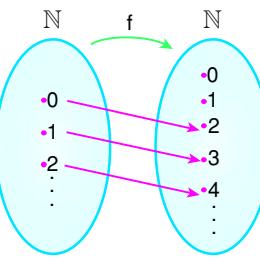
ÖRNEK - 58

$A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, $B = \{0, 1, 4\}$ kümeleri veriliyor.
 $f : A \rightarrow B$, $f(x) = x^2$ fonksiyonu tersi fonksiyon mudur?

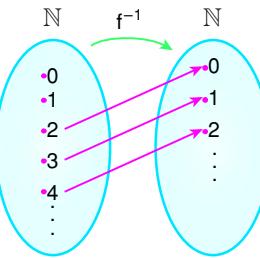
ÖRNEK - 59

$f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, $f(x) = x + 2$ fonksiyonun tersi fonksiyon mudur?

Gözüm :



f bir fonksiyondur.

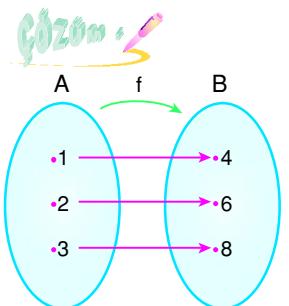


f^{-1} fonksiyon değildir. Çünkü f^{-1} fonksiyonunda tanım kümesindeki 0 ve 1 elemanları açıkta kalmıştır.

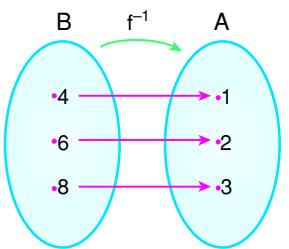
FONKSİYON

ÖRNEK - 60

$A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{4, 6, 8\}$ kümeleri veriliyor.
 $f : A \rightarrow B$ $f(x) = 2x + 2$ fonksiyonun tersi fonksiyon mudur?



f bir fonksiyondur.



f^{-1} de bir fonksiyondur.

f birebir ve örten olduğundan f^{-1} de fonksiyon oldu.

ÖRNEK - 61

$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $f(x) = 3x + 1$ fonksiyonunun tersini bulalım.



$y = 3x + 1$ fonksiyonunda x i bulalım.

$$y = 3x + 1$$

$$y - 1 = 3x$$

$$x = \frac{y - 1}{3}$$

(x bulunduktan sonra x ile y yer değiştirir.)

$$y = \frac{x - 1}{3} \text{ olur.}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{x - 1}{3} \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK - 62

$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $f(x) = \sqrt[3]{x - 2} + 2$ fonksiyonunun tersini bulalım.



$y = \sqrt[3]{x - 2} + 2$ fonksiyonunda x i bulalım.

$$y - 2 = \sqrt[3]{x - 2}$$

$$(y - 2)^3 = x - 2$$

$$(y - 2)^3 + 2 = x \quad (x \text{ ile } y \text{ yer değiştirirse})$$

$$(x - 2)^3 + 2 = y$$

$$f^{-1}(x) = (x - 2)^3 + 2 \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK - 63

$f : \mathbb{R} - \{5\} \rightarrow \mathbb{R} - \{3\}$

$f(x) = \frac{3x + 1}{x - 5}$ fonksiyonun tersini bulalım.



$y = \frac{3x + 1}{x - 5}$ fonksiyonunda x i bulalım.

$$xy - 5y = 3x + 1$$

$$yx - 3x = 5y + 1$$

$$x(y - 3) = 5y + 1$$

$$x = \frac{5y + 1}{y - 3} \quad (x \text{ ile } y \text{ yer değiştirirse})$$

$$y = \frac{5x + 1}{x - 3}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{5x + 1}{x - 3} \text{ bulunur.}$$

FONKSİYON

NOT :

$$f: \mathbb{R} - \left\{ \frac{-d}{c} \right\} \rightarrow \mathbb{R} - \left\{ \frac{a}{c} \right\}$$
$$f(x) = \frac{ax + b}{cx + d} \text{ ise } f^{-1}(x) = \frac{-dx + b}{cx - a} \text{ olur.}$$

ÖRNEK - 64

$$f: \mathbb{R} - \left\{ \frac{-1}{3} \right\} \rightarrow \mathbb{R} - \left\{ \frac{2}{3} \right\}$$
$$f(x) = \frac{2x + 5}{3x + 1} \text{ fonksiyonunun tersini bulalım.}$$



$f(x) = \frac{2x + 5}{3x + 1}$ fonksiyonunda 1 ve 2 nin yerini ve işaretini değiştirelim.

$$f^{-1}(x) = \frac{-x + 5}{3x - 2} \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK - 65

$$f: \mathbb{R} - \{m\} \rightarrow \mathbb{R} - \{n\}$$

$f(x) = \frac{2x + 1}{x - 9}$ fonksiyonu birebir ve örten olduğunu göre, $m + n$ kaçtır?

- A) 4 B) 6 C) 8 D) 9 E) 11



$$f(x) = \frac{2x + 1}{x - 9} \text{ fonksiyonunda } x - 9 = 0, x = 9 \text{ olur.}$$

$f(x)$ in tanım kümesi $\mathbb{R} - \{9\}$ ve $m = 9$ bulunur.

$$f^{-1}(x) = \frac{9x + 1}{x - 2} \text{ fonksiyonunda } x - 2 = 0, x = 2 \text{ olur.}$$

$f(x)$ in görüntü kümesi $\mathbb{R} - \{2\}$ ve $n = 2$ bulunur.

$$m + n = 9 + 2 = 11 \text{ bulunur.}$$

Cevap : E

ÖRNEK - 66

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $f(x) = x^3 + 3x^2 + 3x + 5$ fonksiyonunun tersini bulalım.



$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \text{ özdeşliğinden,}$$
$$(x + 1)^3 = x^3 + 3x^2 + 3x + 1 \text{ olur.}$$
$$y = x^3 + 3x^2 + 3x + 5 \text{ fonksiyonunda } x \text{ i bulalım.}$$
$$y = x^3 + 3x^2 + 3x + 1 + 4$$
$$y = (x + 1)^3 + 4$$
$$y - 4 = (x + 1)^3$$
$$\sqrt[3]{y - 4} = x + 1$$
$$\sqrt[3]{y - 4} - 1 = x \quad (x \text{ ve } y \text{ yi yer değiştirelim.})$$
$$\sqrt[3]{x - 4} - 1 = y$$
$$f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x - 4} - 1 \text{ olur.}$$

ÖRNEK - 67

$$f: [2, \infty) \rightarrow [6, \infty)$$

$f(x) = x^2 - 4x + 10$ fonksiyonunun tersini bulalım.



$$(x - 2)^2 = x^2 - 4x + 4 \text{ tür.}$$
$$y = x^2 - 4x + 10 \text{ fonksiyonunda } x \text{ i bulalım.}$$
$$y = x^2 - 4x + 4 + 6$$
$$y = (x - 2)^2 + 6$$
$$y - 6 = (x - 2)^2$$
$$\sqrt{y - 6} = |x - 2|$$
$$f$$
 fonksiyonunun tanım kümesi $[2, \infty)$ yani $x \geq 2$ olduğundan $|x - 2| = x - 2$ olarak çıkar.
$$\sqrt{y - 6} = x - 2$$
$$\sqrt{y - 6} + 2 = x \quad (x \text{ ile } y \text{ yer değiştirirse})$$
$$\sqrt{x - 6} + 2 = y$$
$$f^{-1}(x) = \sqrt{x - 6} + 2 \text{ bulunur.}$$

FONKSİYON

(1997 - ÖSS)

$f(x) : \mathbb{R} - \{-1\} \rightarrow \mathbb{R} - \{3\}$, $x = \frac{f(x)+2}{3-f(x)}$ olduğuna göre,

$f^{-1}(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{x-3}{x+1}$ B) $\frac{x+3}{x-2}$ C) $\frac{x+2}{3-x}$
 D) $\frac{2x+1}{3-x}$ E) $\frac{2x+3}{3-x}$



$$x = \frac{f(x)+2}{3-f(x)} \quad f(x) = y \text{ olduğundan}$$

$$x = \frac{y+2}{3-y} \quad (x \text{ ile } y \text{ yer değiştirilirse})$$

$$y = \frac{x+2}{3-x} \text{ bulunur.}$$

Cevap : C

(1998 - ÖYS)

$x < -3$, $f(x) = x^2 + 6x - 2$ olduğuna göre,
 $f^{-1}(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-9 - \sqrt{x+9}$ B) $-3 - \sqrt{x+9}$
 C) $-3 - \sqrt{x+11}$ D) $6 - \sqrt{x+11}$
 E) $3 + \sqrt{11x}$



$$(x+3)^2 = x^2 + 6x + 9$$

$y = x^2 + 6x - 2$ fonksiyonunda x i bulalım.

$$y = x^2 + 6x + 9 - 11$$

$$y = (x+3)^2 - 11$$

$$y + 11 = (x+3)^2$$

$$\sqrt{y+11} = |x+3|$$

$x < -3$ olduğundan $|x+3| = -x - 3$ olur.

$$\sqrt{y+11} = -x - 3$$

$$\sqrt{y+11} + 3 = -x$$

$$-\sqrt{y+11} - 3 = x \quad (x \text{ ile } y \text{ yi yer değiştirelim.})$$

$$-\sqrt{x+11} - 3 = y$$

$$-\sqrt{x+11} - 3 = f^{-1}(x)$$

Cevap : C

(1970 - ÜSS)

$y = 3x - 4$ fonksiyonunun ters fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $y = \frac{1}{3x-4}$ B) $y = \frac{1}{3}x + 4$ C) $y = \frac{1}{3}x + \frac{4}{3}$
 D) $y = \frac{1}{3}x - \frac{4}{3}$ E) $y = \frac{-1}{3}x - \frac{1}{4}$



$$y = 3x - 4 \quad (x \text{ i bulalım})$$

$$y + 4 = 3x$$

$$\frac{y+4}{3} = x \quad (x \text{ ile } y \text{ yi yer değiştirelim})$$

$$\frac{x+4}{3} = y \Rightarrow \frac{1}{3}x + \frac{4}{3} = y$$

Cevap : C

(1988 - ÖYS)

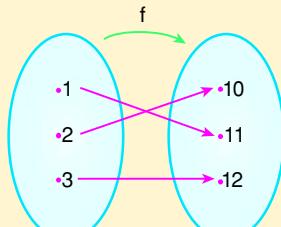
$\{1, 2, 3\}$ kümelerinde $\{10, 11, 12\}$ kümese aşağıda tanımlanan fonksiyonlar tanımlanıyor.

Bu fonksiyonlardan hangisinin ters fonksiyonu vardır?

- A) $\{(1, 11), (2, 10), (3, 12)\}$
 B) $\{(1, 12), (2, 11), (3, 11)\}$
 C) $\{(1, 10), (2, 10), (3, 11)\}$
 D) $\{(1, 10), (2, 10), (3, 10)\}$
 E) $\{(1, 12), (2, 11), (3, 12)\}$



A seçeneğini inceleyelim.



birebir ve örten olduğundan dolayı tersi de fonksiyondur.

Cevap : A

FONKSİYON

ÖRNEK - 68

\mathbb{R} den \mathbb{R} ye tanımlı f fonksiyonu,

$$f(x) = \begin{cases} 3x + 2 & , \quad x \leq 1 \\ 2x + 3 & , \quad x < 1 \end{cases}$$

olduğuna göre, $f^{-1}(x)$ fonksiyonunu bulalım.



$x \leq 1$ için $3x + 2 \leq 5$ dir ve $3x + 2$ nin tersi $\frac{x-2}{3}$

olur. $x > 1$ için $2x + 3 > 5$ dir.

$2x + 3$ ün tersi $\frac{x-3}{2}$ olur.

$$f^{-1}(x) = \begin{cases} \frac{x-2}{3} & , \quad x \leq 5 \\ \frac{x-3}{2} & , \quad x > 5 \end{cases} \text{ olur.}$$

ÖRNEK - 69

$f(x) = 3x + 5$ olduğuna göre, $f^{-1}(26)$ nın değeri kaçır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8



$f(x) = 3x + 5$ fonksiyonunda $3x+5$ ifadesini 26 yapan x değerini bulalım.

$$3x + 5 = 26$$

$$3x = 21$$

$$x = 7$$

$$f(x) = 3x + 5 \quad (x = 7 \text{ için})$$

$$f(7) = 26 \quad (f(x) = y \text{ ise } f^{-1}(y) = x \text{ dir.})$$

$$f^{-1}(26) = 7 \text{ bulunur.}$$

Cevap : D

ÖRNEK - 70

$f : \mathbb{R} \rightarrow (3, \infty)$

$f(3x - 1) = 2^x + 3$ olduğuna göre,

$f^{-1}(35)$ kaçır?

- A) 5 B) 8 C) 12 D) 14 E) 15



$$2^x + 3 = 35$$

$$2^x = 32$$

$$x = 5$$

$$f(3x - 1) = 2^x + 3 \quad (x = 5 \text{ için})$$

$$f(14) = 35$$

$$f^{-1}(35) = 14 \text{ bulunur.}$$

Cevap : D

ÖRNEK - 71

$f(2x + 1) = 5x + 3$ olduğuna göre, $f(x)$ i bulalım.



x yerlerine $2x + 1$ in tersi $\frac{x-1}{2}$ yazalım.

$$f(2x + 1) = 5x + 3$$

$$\left(\frac{x-1}{2}\right) \quad \left(\frac{x-1}{2}\right)$$

$$f(x) = \frac{5x-5}{2} + 3$$

$$f(x) = \frac{5x+1}{2} \quad \text{bulunur.}$$

ÖRNEK - 72

Uygun şartlarda $f\left(\frac{3x+1}{x-5}\right) = x+1$ olduğuna göre, $f(x)$ i bulalım.



x yerine $\frac{3x+1}{x-5}$ in tersi $\frac{5x+1}{x-3}$ yazarsak $f(x)$ i buluruz.

$$f(x) = \frac{5x+1}{x-3} + 1$$

$$f(x) = \frac{6x-2}{x-3} \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK - 73

{a, b, c} kümesi üzerinde tanımlı permütasyon fonksiyon $f = \begin{pmatrix} a & b & c \\ c & a & b \end{pmatrix}$ olduğuna göre, f^{-1} fonksiyonunu bulalım.



$f = \begin{pmatrix} a & b & c \\ c & a & b \end{pmatrix}$ fonksiyonunda;

$f(a) = c$ olduğundan $f^{-1}(c) = a$ olur.

$f(b) = a$ olduğundan $f^{-1}(a) = b$ olur.

$f(c) = b$ olduğundan $f^{-1}(b) = c$ olur.

$$f^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c \\ b & c & a \end{pmatrix}$$

permütasyon fonksiyonunun tersi bulunurken 1. satır ile 2. satırındaki elemanların yerleri değiştirilir.

$$f = \begin{pmatrix} a & b & c \\ c & a & b \end{pmatrix} \rightarrow 1. \text{ satır}$$

$$\rightarrow 2. \text{ satır}$$

$$f^{-1} = \begin{pmatrix} c & a & b \\ a & b & c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b & c \\ b & c & a \end{pmatrix} \text{ olur.}$$

(2010 - LYS 1)

$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ kümesi üzerinde tanımlı,

$$f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 1 & 5 & 2 & 4 \end{pmatrix}, \quad g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 3 & 4 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

permütasyonları için $g(f^{-1}(2))$ değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5



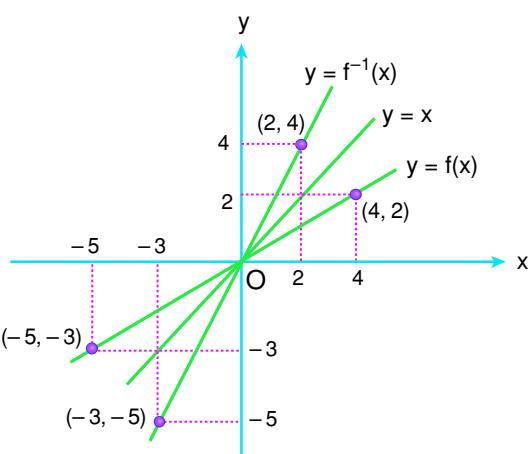
$f(4) = 2$ olduğundan $f^{-1}(2) = 4$ olur.

$$g\underbrace{\left(f^{-1}(2)\right)}_4 = g(4) = 1 \text{ bulunur.}$$

Cevap : A

NOT :

f ile f^{-1} fonksiyonlarının grafikleri
 $y = x$ doğrusuna göre simetiktir.



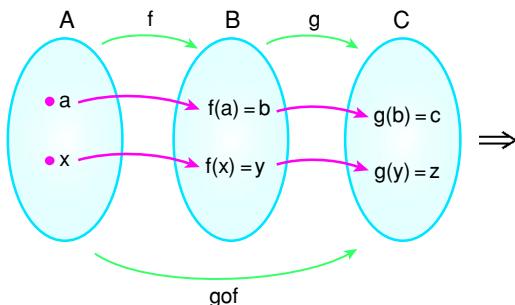
$$f(x) = y \quad \text{ve} \quad f^{-1}(y) = x \text{ dir.}$$

$$f(4) = 2 \quad \text{ve} \quad f^{-1}(2) = 4 \text{ tür.}$$

$$f(-3) = -5 \quad \text{ve} \quad f^{-1}(-5) = -3 \text{ tür.}$$

BİLEŞKE FONKSİYON

A, B ve C boş kümeden farklı birer küme olmak üzere,



$(gof)(a) = g(f(a)) = g(b) = c$, yani $(gof)(a) = c$ olur.

$(gof)(x) = g(f(x)) = g(y) = z$, yani $(gof)(x) = z$ olur.

$f : A \rightarrow B$, $g : B \rightarrow C$ iken $gof : A \rightarrow C$ olur.

Yani, A dan B ye f fonksiyonunu ve B den C ye g fonksiyonunu kullanarak, A dan C ye gof bileşke fonksiyonu bulunur. Bu durumda gof fonksiyonunun tanım kümesi A, değer kümesi C olur.

ÖRNEK - 74

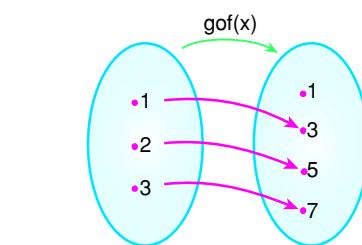
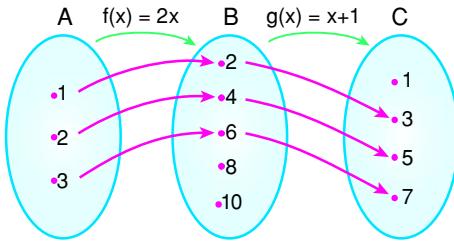
$$A = \{1, 2, 3\}, B = \{2, 4, 6, 8, 10\}, C = \{1, 3, 5, 7\}$$

$$f : A \rightarrow B, f(x) = 2x$$

$$g : B \rightarrow C, g(x) = x + 1$$

olduğuna göre, $gof = h : A \rightarrow C$ ye tanımlanan bileşke fonksiyonu bulalım.

1. Gözleme



$$(gof)(1) = g(f(1)) = g(2) = 3$$

$$(gof)(2) = g(f(2)) = g(4) = 5$$

$$(gof)(3) = g(f(3)) = g(6) = 7$$

$$gof = \{(1, 3), (2, 5), (3, 7)\} \text{ bulunur.}$$

2. Gözleme

$$f(x) = 2x, g(x) = x + 1$$

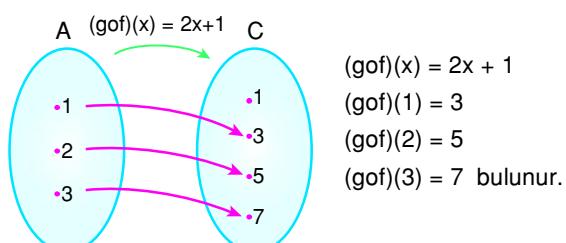
$$(gof)(x) = g(f(x)) = g(2x) = 2x + 1$$

$$(gof)(x) = 2x + 1 \text{ olur.}$$

$(gof)(x)$ bulunurken sağdaki $f(x)$ fonksiyonu soldaki $g(x)$ fonksiyonundaki x yerine yazılır.

$$(gof)(x) = g(x) \circ f(x) = (x+1) \circ (2x) = 2x+1 \text{ olur.}$$

$gof : A \rightarrow C$ ye olacağından



ÖRNEK - 75

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$f(x) = 3x + 1$, $g(x) = x^2 - 1$ olduğuna göre, $(fog)(x)$ ve $(gof)(x)$ fonksiyonlarını bulalım.



$$(fog)(x) = f(g(x)) = f(x^2 - 1) = 3(x^2 - 1) + 1 = 3x^2 - 2$$

$$(gof)(x) = g(f(x)) = g(3x + 1) = (3x + 1)^2 - 1 = 9x^2 + 6x$$

bulunur.

$$(fog)(x) = 3x^2 - 2$$

$$(gof)(x) = 9x^2 + 6x$$

Genel olarak $fog \neq gof$ söylenebilir.

NOT :

Fonksiyonlarda bileşke işleminin değişme özelliği yoktur.

ÖRNEK - 76

f , g ve h fonksiyonları \mathbb{R} den \mathbb{R} ye tanımlı fonksiyonlar olmak üzere,

$f(x) = 2x + 1$, $g(x) = x + 3$, $h(x) = 5x - 4$ olduğuna göre, $(gof^{-1}oh)(x)$ bileşke fonksiyonunu bulalım.



$$f(x) = 2x + 1 \text{ olduğundan } f^{-1}(x) = \frac{x-1}{2} \text{ olur.}$$

$$f^{-1}(h(x)) = f^{-1}(5x - 4) = \frac{(5x - 4) - 1}{2} = \frac{5x - 5}{2}$$

$$(gof^{-1}oh)(x) = g\left(\underbrace{f^{-1}(h(x))}_{\frac{5x-5}{2}}\right) = g\left(\frac{5x-5}{2}\right)$$

$g(x) = x + 3$ olduğundan

$$g\left(\frac{5x-5}{2}\right) = \frac{5x-5}{2} + 3 = \frac{5x+1}{2} \text{ bulunur.}$$

(2011 - LYS)

$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, parçalı fonksiyonu

$$f(x) = \begin{cases} 3x + 1 & , x \text{ rasyonel ise} \\ x^2 & , x \text{ rasyonel değil ise} \end{cases}$$

biçiminde tanımlanıyor.

Buna göre, $(f \circ f)\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $3\sqrt{2} + 2$ B) $\sqrt{2} + 2$ C) $\frac{1}{4}$
 D) $\frac{5}{2}$ E) $\frac{7}{2}$



$\frac{\sqrt{2}}{2}$ rasyonel olmadığından $f\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ bulunurken $f(x) = x^2$ fonksiyonunu kullanacağız.

$$f\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{1}{2} \text{ olur.}$$

$$(f \circ f)\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = f\left(\underbrace{f\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)}_{\frac{1}{2}}\right) = f\left(\frac{1}{2}\right)$$

$\frac{1}{2}$ rasyonel olduğundan, $f\left(\frac{1}{2}\right)$ bulunurken

$f(x) = 3x + 1$ fonksiyonunu kullanacağız.

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = 3 \cdot \frac{1}{2} + 1 = \frac{5}{2} \text{ bulunur.}$$

Cevap : D

(2011 - YGS)

$f(x) = 3x - 6$
 $g(x) = (x - 2)^2$ fonksiyonları veriliyor.

Buna göre, $(gof^{-1})(x)$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{3x^2}{2} - 1$ B) $(3x + 4)^2$ C) $x^2 - 4x + 2$
 D) $\frac{x^2}{9}$ E) $(3x - 8)^2$



$f(x) = 3x - 6$ olduğundan $f^{-1}(x) = \frac{x+6}{3}$ olur.

$$(gof^{-1})(x) = g\left(\underbrace{f^{-1}(x)}_{\frac{x+6}{3}}\right) = g\left(\frac{x+6}{3}\right) = \left(\frac{x+6}{3} - 2\right)^2 \\ = \left(\frac{x}{3}\right)^2 = \frac{x^2}{9} \text{ bulunur.}$$

Cevap : D

ÖRNEK - 77

$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ve $I : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tanımlı fonksiyonlardır.

$f(x) = 3x + 8$, $I(x) = x$ olduğuna göre,

$(foI)(x)$ ve $(IoF)(x)$ bileşke fonksiyonlarını bulalım.



$$(foI)(x) = f(I(x)) = f(x) = 3x + 8$$

$$(IoF)(x) = I(f(x)) = I(3x + 8) = 3x + 8$$

NOT :

$I(x) = x$ fonksiyonu bileşke işleminin birim (etkisiz) elemanıdır. A dan A ya tanımlı f fonksiyonu için, $Iof = foI = f$ dir.

ÖRNEK - 78

$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$f(x) = 3x + 5$ olduğuna göre,

$(fof^{-1})(x)$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 1 B) x C) $-x$
 D) $\frac{x-5}{3}$ E) $9x + 25$



$f(x) = 3x + 5$ olduğundan $f^{-1}(x) = \frac{x-5}{3}$ olur.

$$(fof^{-1})(x) = f(f^{-1}(x)) = f\left(\frac{x-5}{3}\right) = 3 \cdot \left(\frac{x-5}{3}\right) + 5 = x$$

olur.

Cevap : B

NOT :

A dan A ya tanımlı f ve g fonksiyonları için;

$$f \circ f^{-1} = f^{-1} \circ f = I \text{ dir.}$$

$$\diamond \quad f \circ \underbrace{g \circ g^{-1}}_I \circ f^{-1} = f \circ I \circ f^{-1} = f \circ f^{-1} = I$$

↓
etkisiz eleman

$$\diamond \quad g \circ \underbrace{f \circ f^{-1}}_I = g \circ I = g$$

$$\diamond \quad (g \circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}$$

$$\diamond \quad (f \circ g \circ h)^{-1} = h^{-1} \circ g^{-1} \circ f^{-1}$$

$$\diamond \quad (f^{-1})^{-1} = f$$

$$\diamond \quad (g \circ f^{-1})^{-1} = (f^{-1})^{-1} \circ g^{-1} = f \circ g^{-1}$$

FONKSİYON

ÖRNEK - 79

$f(x) = 2x + 1$, $g(x) = 3x - 5$ olduğuna göre,

$(f^{-1} \circ g)^{-1}(2)$ nin değeri kaçtır?



$$(f^{-1} \circ g)^{-1}(2) = (g^{-1} \circ f)(2) \text{ olur.}$$

$$g^{-1}(x) = \frac{x+5}{3} \text{ tür.}$$

$$(g^{-1} \circ f)(2) = g^{-1}\left(\frac{f(2)}{5}\right) = g^{-1}(5) = \frac{5+5}{3} = \frac{10}{3}$$

bulunur.

ÖRNEK - 80

$f(x) = 2x + 1$, $g(x) = x - 2$, $h(x) = 3x + 5$ olduğuna göre,
 $((fog)oh)(x)$ ve $(fo(goh))(x)$ fonksiyonlarını bulalımlım.



$$((fog)oh)(x) = ((2x+1) \circ (x-2)) \circ (3x+5)$$

$$= (2(x-2)+1) \circ (3x+5)$$

$$= (2x-3) \circ (3x+5)$$

$$= 2(3x+5)-3 = 6x+7$$

$$(fo(goh))(x) = (2x+1) \circ ((x-2) \circ (3x+5))$$

$$= (2x+1) \circ (3x+5-2)$$

$$= (2x+1) \circ (3x+3)$$

$$= 2(3x+3)+1$$

$$= 6x+7$$

Buna göre, uygun tanım aralığında $(fog)oh = fo(goh)$ olduğundan, bileşke işleminin birleşme özelliği vardır.



NOT :

Fonksiyonlarda bileşke işleminin birleşme özelliği vardır.

ÖRNEK - 81

f ve g , \mathbb{R} den \mathbb{R} ye tanımlı fonksiyonlardır.

$(fog)(x) = 4x+10$, $g(x) = 2x+1$ olduğuna göre,

$f(x)$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $x + 4$ B) $2x + 8$ C) $2x + 4$
D) $4x - 1$ E) $4x + 2$



$$(fog)(x) = 4x + 10$$

$$f(g(x)) = 4x + 10$$

$$f(2x+1) = 4x + 10$$

$2x + 1$ in tersi $\frac{x-1}{2}$ olduğundan x gördüğümüz

yerlere $\frac{x-1}{2}$ yazarsak,

$$f(x) = 4 \cdot \left(\frac{x-1}{2}\right) + 10 = 2x - 2 + 10 = 2x + 8$$

Cevap : B

ÖRNEK - 82

$f(x+2) = g^{-1}(2x+5)$ olduğuna göre,

$(gof)(5)$ kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 11 D) 15 E) 16



$f(x+2) = g^{-1}(2x+5)$ eşitliğinde x yerlerine 3 yazılırsa,
 $f(5) = g^{-1}(11)$ olur.

$$(gof)(5) = (g \circ g^{-1})(11) = 11 \text{ bulunur.}$$

Cevap : C

ÖRNEK - 83

$f(x)$ doğrusal fonksiyon olmak üzere,

$(f \circ f)(x) = 4x - 5$ olduğuna göre,

$f(3)$ aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) -5 B) -1 C) 4 D) 9 E) 12

FONKSİYON



$f(x) = ax + b$ olsun

$$(f \circ f)(x) = 4x - 5$$

$$(ax + b) \circ (ax + b) = 4x - 5$$

$$a(ax + b) + b = 4x - 5$$

$$a^2x + ab + b = 4x - 5$$

$$a^2 = 4, ab + b = -5$$

$$a = 2 \text{ ise } b = \frac{-5}{3}, f(x) = 2x - \frac{5}{3} \text{ ve } f(3) = \frac{13}{3} \text{ olur.}$$

$$a = -2 \text{ ise } b = 5, f(x) = -2x + 5 \text{ ve } f(3) = -1 \text{ olur.}$$

Cevap : B

(1994 - ÖSS)

$f(x) = x^2 + 2x, (fog)(x) = x^2 + 6x + 8$ olduğuna göre,
 $g(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x^2 + x$ B) $x^2 - 2$ C) $x^2 + 2$
D) $x - 2$ E) $x + 2$



$$f(x) = x^2 + 2x$$

$$(fog)(x) = f(g(x)) = x^2 + 6x + 8$$

$$g^2(x) + 2g(x) = x^2 + 6x + 8 \text{ (Eşitliğin her iki tarafına 1 ekleyelim)}$$

$$g^2(x) + 2g(x) + 1 = x^2 + 6x + 9$$

$$(g(x) + 1)^2 = (x + 3)^2$$

$$g(x) + 1 = x + 3$$

$$g(x) = x + 2$$

ya da

$$g(x) + 1 = -x - 3$$

$$g(x) = -x - 4 \text{ bulunur.}$$

Cevap : E

ÖRNEK - 84

$$f : \mathbb{R} - \{3\} \rightarrow \mathbb{R} - \{3\}$$

$$f(x) = \frac{3x+5}{x-3} \text{ olduğuna göre,}$$

$\underbrace{(f \circ f \circ f \dots \circ f)}_{25 \text{ tane}}(7)$ nin değeri kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) $\frac{13}{2}$ E) $\frac{22}{3}$



$$f(x) = \frac{3x+5}{x-3} \text{ ise } f^{-1}(x) = \frac{3x+5}{x-3}$$

$f = f^{-1}$ dir.

$$\underbrace{(f \circ f \circ f \dots \circ f)}_{25 \text{ tane}}(7)$$

$f = f^{-1}$ olduğundan

$$\left(\underbrace{f \circ f^{-1} \circ f \circ f^{-1} \circ \dots \circ f \circ f^{-1}}_1 \circ f \right) (7) = f(7) = \frac{3 \cdot 7 + 5}{7 - 3} = \frac{26}{4} = \frac{13}{2}$$

Cevap : D

ÖRNEK - 85

$$(fog)(x) = g^2(x) - g(x) + 2 \text{ ve}$$

$$(gof)(x) = 2f(x) - 3$$

olduğuna göre, $(fogog)(2)$ nin değeri kaçtır?

- A) -6 B) -2 C) -1 D) 3 E) 4



$$(fog)(x) = g^2(x) - g(x) + 2 \quad (gof)(x) = 2f(x) - 3$$

$$f(g(x)) = g^2(x) - g(x) + 2 \quad g(f(x)) = 2f(x) - 3$$

$$g(x) = a \text{ olsun} \quad f(x) = b \text{ olsun}$$

$$f(a) = a^2 - a + 2 \text{ olur.} \quad g(b) = 2b - 3 \text{ olur.}$$

$$(fogog)(2) = f\left(g\left(\underbrace{g(2)}_1\right)\right) = f\left(g\left(\underbrace{g(1)}_{-1}\right)\right) = f(-1) = 1 + 1 + 2 = 4$$

bulunur.

Cevap : E

ÖRNEK - 86

$$(g+f)(x) = 4x + 20$$

$$(g^{-1} \circ f)(x) = x$$

olduğuna göre, $f(3)$ kaçtır?

- A) 4 B) 8 C) 12 D) 16 E) 24



$h^{-1}(a) = b$ ise $h(b) = a$ olur.

Buna göre, $(g^{-1} \circ f)(x) = x$

$$g^{-1}(f(x)) = x$$

$g(x) = f(x)$ olur.

$$(g+f)(x) = 4x + 20$$

$$\frac{g(x)}{f(x)} + f(x) = 4x + 20$$

$$2f(x) = 4x + 20$$

$$f(x) = 2x + 10$$

$$f(3) = 2 \cdot 3 + 10 = 16$$
 bulunur.

Cevap : D

ÖRNEK - 87

$A = \{1, 2, 3, 4\}$ kümesinde tanımlı f ve g fonksiyonları,

$$f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

olduğuna göre, fog fonksiyonu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ B) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$ C) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$
 D) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}$ E) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$



$$(fog)(1) = f\left(g\left(\frac{1}{1}\right)\right) = f(1) = 4$$

$$(fog)(2) = f\left(g\left(\frac{2}{3}\right)\right) = f(3) = 3$$

$$(fog)(3) = f\left(g\left(\frac{3}{4}\right)\right) = f(4) = 2$$

$$(fog)(4) = f\left(g\left(\frac{4}{2}\right)\right) = f(2) = 1$$

$$fog = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$
 bulunur.

Cevap : A

ÖRNEK - 88

$\{1, 2, 3\}$ kümesinde tanımlı;

$$f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad fog = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

olduğuna göre, g fonksiyonu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ B) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ C) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$
 D) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ E) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$



$$f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad fog = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} f(1) = 2 \\ f(2) = 3 \\ f(3) = 1 \end{cases} \quad (fog)(1) = 3 \quad (fog)(2) = 2 \quad (fog)(3) = 1$$

$$f\left(\frac{g(1)}{2}\right) = 3 \quad f\left(\frac{g(2)}{1}\right) = 2 \quad f\left(\frac{g(3)}{3}\right) = 1$$

$$g(1) = 2 \quad g(2) = 1 \quad g(3) = 3$$

$$g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$
 bulunur.



$$fog = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$
 eşitliğinin her iki tarafının sol tarafını f^{-1} ile bileşkesini alalım.

$$f^{-1} \circ fog = f^{-1} \circ \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$g = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$
 bulunur.

Cevap : B

ÖRNEK - 89

$f(x) = 5$
 $g(x) = x^3 + 8x + a$ ve
 $(fogog)(7) = g(1)$

olduğuna göre, a kaçtır?

- A) -2 B) -4 C) -6 D) -8 E) -12



$$(gog)(7) = k \text{ olsun}$$

$$g(1) = 1 + 8 + a$$

$$(fogog)(7) = g(1)$$

$$g(1) = 9 + a$$

$$f\left(\frac{gog(7)}{k}\right) = g(1)$$

$$f(k) = g(1)$$

f sabit fonksiyon $f(x) = 5$ olduğundan $f(k) = 5$ çıkar.

$$f(k) = g(1)$$

$$5 = 9 + a$$

$a = -4$ bulunur.

Cevap : B

ÖRNEK - 90

$$(f^{-1}og)(x) = x^2 + 5x + m$$

$$g(3) = f(2)$$

olduğuna göre, m kaçtır?

- A) -22 B) -12 C) -6 D) -1 E) 2



$$(f^{-1}og)(x) = x^2 + 5x + m$$

$$f^{-1}(g(x)) = x^2 + 5x + m$$

$$f(x^2 + 5x + m) = g(x)$$

$x = 3$ için,

$$f\left(\frac{24+m}{2}\right) = g(3)$$

$$24 + m = 2$$

$m = -22$ bulunur.

Cevap : A

ÖRNEK - 91

$f(x) = \frac{3x+5}{2x-7}$ olmak üzere;
 $(fog)(x)$ birim fonksiyon olduğuna göre,
 $g(2)$ kaçtır?

- A) 10 B) 15 C) 19 D) 24 E) 27



$(fog)(x)$ birim fonksiyon olduğundan,
 $fog = I$

f^{-1} olur.

$$g(x) = f^{-1}(x) = \frac{7x+5}{2x-3} \text{ olur.}$$

$$g(2) = 19 \text{ bulunur.}$$

Cevap : C

ÖRNEK - 92

$$f(x) = \begin{cases} 2x+1 & , \quad x \geq 2 \\ x+5 & , \quad x < 2 \end{cases}$$

$$g(x) = \begin{cases} x+4 & , \quad x \geq 2 \\ 3x-2 & , \quad x < 2 \end{cases}$$

olduğuna göre, $(fog)(x)$ fonksiyonu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\begin{cases} 4x+3 & , \quad x \geq 2 \\ 2x+2 & , \quad x < 2 \end{cases}$ B) $\begin{cases} 4x+7 & , \quad x \geq 2 \\ 2x+5 & , \quad x < 2 \end{cases}$

C) $\begin{cases} 2x+9 & , \quad x \geq 2 \\ 3x+3 & , \quad x < 2 \end{cases}$ D) $\begin{cases} 2x+4 & , \quad x \geq 2 \\ 3x-2 & , \quad x < 2 \end{cases}$

E) $\begin{cases} 4x+2 & , \quad x \geq 2 \\ 3x-1 & , \quad x < 2 \end{cases}$



$x \geq 2$ iken $f(x) = 2x + 1$, $g(x) = x + 4$ olduğundan

$$(fog)(x) = (2x + 1) o (x + 4) = 2(x + 4) + 1 = 2x + 9 \text{ olur.}$$

$x < 2$ iken $f(x) = x + 5$, $g(x) = 3x - 2$ olduğundan

$$(fog)(x) = (x + 5) o (3x - 2) = 3x - 2 + 5 = 3x + 3 \text{ olur.}$$

$$(fog)(x) = \begin{cases} 2x + 9 & , \quad x \geq 2 \text{ ise} \\ 3x + 3 & , \quad x < 2 \text{ ise} \end{cases} \text{ bulunur.}$$

Cevap : C

ÖRNEK - 93

$$f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$$

$$f(x, y) = (2x + 1, y - 2)$$

olduğuna göre, $(f \circ f)(1, 8)$ kaçtır?

- A) (4, 2) B) (4, 4) C) (6, 2) D) (7, 4) E) 8,10



$$f(x, y) = (2x + 1, y - 2)$$

$$f(1, 8) = (2 \cdot 1 + 1, 8 - 2) = (3, 6)$$

$(f \circ f)(1, 8) = f(f(1, 8)) = f(3, 6) = (2 \cdot 3 + 1, 6 - 2) = (7, 4)$ bulunur.

Cevap : D

NOT :

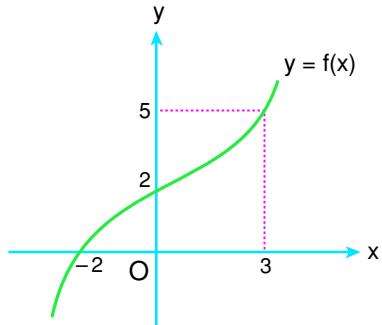
A boş olmayan bir kümeye olmak üzere, A dan A ya tanımlanan f ve g fonksiyonları için aşağıdaki yargılar kesinlikle söylenebilir.

- ❖ f ve g birebir ise fog ve gof birebirdir.
- ❖ f ve g örten ise fog ve gof örterdir.
- ❖ fog örten ise f örtedir.
- ❖ fog bire bir ise g bire birdir.

FONKSİYON GRAFİKLERİ

$f(x) = y$ nin grafiği (a, b) noktasından geçiyorsa, $f(a) = b$ ve $f^{-1}(b) = a$ olur.

ÖRNEK - 94



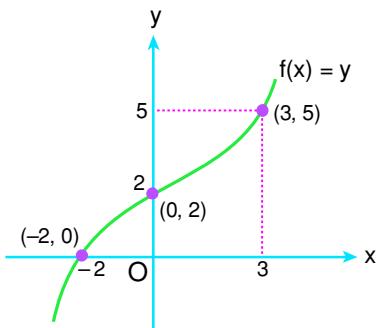
Yukarıdaki grafikte $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, $f(0) + f(3) + f^{-1}(0)$ toplamı kaçtır?

- A) -1 B) 3 C) 5 D) 8 E) 12



$$f(x) = y$$



$$f(3) = 5, \quad f^{-1}(5) = 3$$

$$f(0) = 2, \quad f^{-1}(2) = 0$$

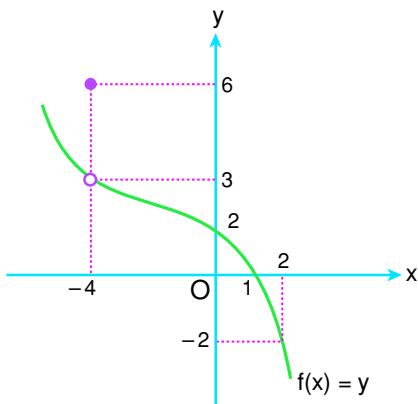
$$f(-2) = 0, \quad f^{-1}(0) = -2$$

$$f(0) + f(3) + f^{-1}(0) = 2 + 5 - 2 = 5 \text{ bulunur.}$$

Cevap : C

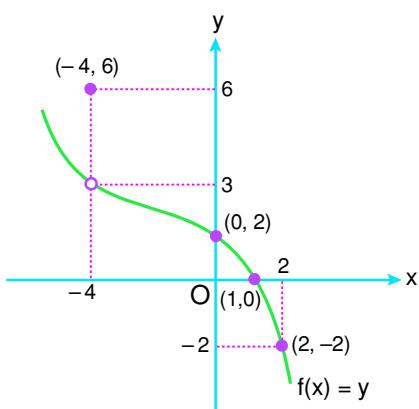
FONKSİYON

ÖRNEK - 95



Yukarıda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.
Buna göre, $(f \circ f)(0) + f(-4) + f^{-1}(0)$ toplamı kaçtır?

- A) 3 B) 5 C) 6 D) 9 E) 11



$$f(-4) = 6, \quad f^{-1}(6) = -4$$

$$f(0) = 2, \quad f^{-1}(2) = 0$$

$$f(1) = 1, \quad f^{-1}(1) = 0$$

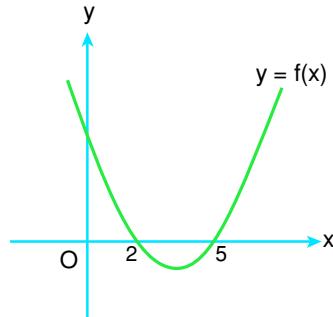
$$f(2) = -2, \quad f^{-1}(-2) = 2$$

$$\frac{(f \circ f)(0)}{2} + \frac{f(-4)}{6} + \frac{f^{-1}(0)}{-2}$$

$$-2 + 6 + 1 = 5 \text{ bulunur.}$$

Cevap : B

ÖRNEK - 96



Yukarıdaki grafiği verilen $y = f(x)$ fonksiyonu için $f(x) \leq 0$ eşitsizliğini sağlayan kaç farklı x tamsayısı vardır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5



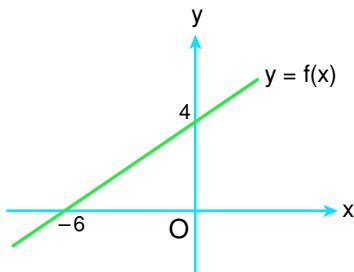
$f(x) \leq 0$ demek, grafiğin x ekseninin altında kalması veya x eksenini kesmesi demektir.

$$f(2) = 0, \quad f(3) < 0, \quad f(4) < 0, \quad f(5) = 0$$

$\{2, 3, 4, 5\}$ olmak üzere dört farklı x tamsayısı vardır.

Cevap : D

ÖRNEK - 97

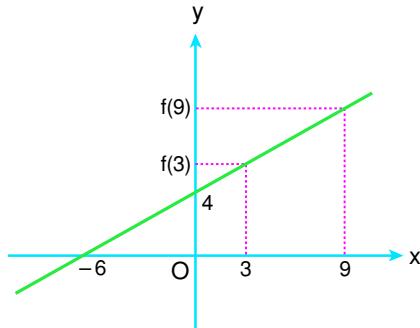


Yukarıda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, $(f \circ f)(-6) + f(3) + f(9)$ toplamı kaçtır?

- A) 8 B) 10 C) 12 D) 15 E) 20

1. Gözüm :



Üçgende benzerliği kullanarak,

$$\frac{6}{9} = \frac{4}{f(3)}$$

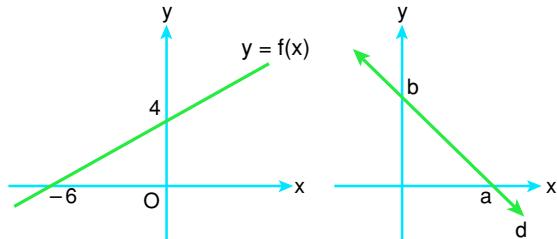
$$\frac{6}{15} = \frac{4}{f(9)}$$

$$f(3) = 6$$

$$f(9) = 10$$

$$\frac{(f \circ f)(-6)}{4} + \frac{f(3)}{6} + \frac{f(9)}{10} = 4 + 6 + 10 = 20 \text{ bulunur.}$$

2. Gözüm :



$$\frac{x}{-6} + \frac{y}{4} = 1$$

$$(-2) \quad (3)$$

$$-2x + 3y = 12$$

$$y = \frac{2x + 12}{3}$$

$$f(x) = \frac{2x + 12}{3}$$

$$f(-6) = 0$$

$$f(0) = 4$$

$$f(3) = 6$$

$$f(9) = 10$$

d doğrusunun denklemi

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

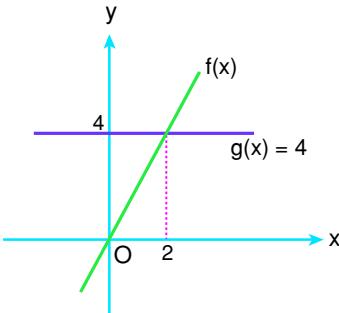
şeklinde bulunur.

$$\frac{(f \circ f)(-6)}{4} + \frac{f(3)}{6} + \frac{f(9)}{10}$$

$$4 + 6 + 10 = 20 \text{ bulunur.}$$

Cevap : E

ÖRNEK - 98



f(x) doğrusal, g(x) sabit fonksiyon olduğuna göre,
f(3) + g(5) + f⁻¹(10) toplamı kaçtır?

- A) 8 B) 10 C) 13 D) 15 E) 18

Gözüm :

f(x) doğrusu orijinden geçtiğine göre denklemi
 $f(x) = y = ax$ şeklinde olur.

(2, 4) noktasından geçtiği için,

$$y = ax$$

$$\downarrow \qquad \downarrow$$

$$4 = 2a$$

$$a = 2 \quad f(x) = 2x \text{ olur.}$$

$$g(x) = 4 \text{ sabit fonksiyondur.}$$

$$f(3) = 6$$

$$g(5) = 4$$

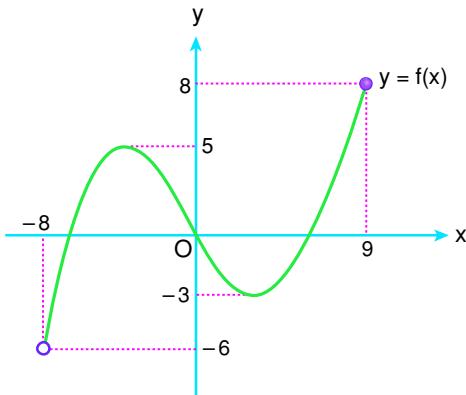
$$f(5) = 10 \text{ olduğundan } f^{-1}(10) = 5 \text{ olur.}$$

$$f(3) + g(5) + f^{-1}(10) = 6 + 4 + 5 = 15 \text{ bulunur.}$$

Cevap : D

FONKSİYON

ÖRNEK - 99



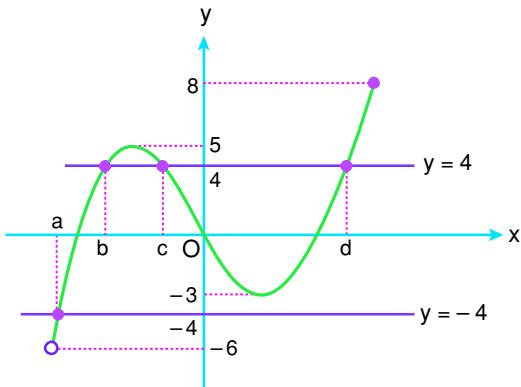
Yukarıda $f : (-8, 9] \rightarrow (-6, 8]$ tanımlı f fonksiyonu verilmiştir.

Buna göre, $|f(x)| = 4$ olacak şekilde kaç farklı x değeri vardır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6



$|f(x)| = 4$ ise $f(x) = 4$ veya $f(x) = -4$ olur.



Şekilde görüldüğü gibi,

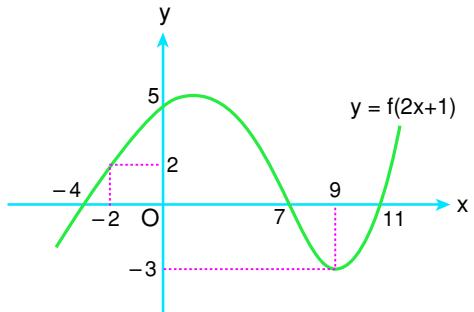
$$f(a) = -4, f(b) = f(c) = f(d) = 4 \text{ yani,}$$

$y = -4$ doğrusu $f(x)$ fonksiyonunu bir noktada,

$y = 4$ doğrusu $f(x)$ fonksiyonunu üç noktada kestiğinden $|f(x)| = 4$ olacak şekilde 4 farklı x değeri vardır.

Cevap : C

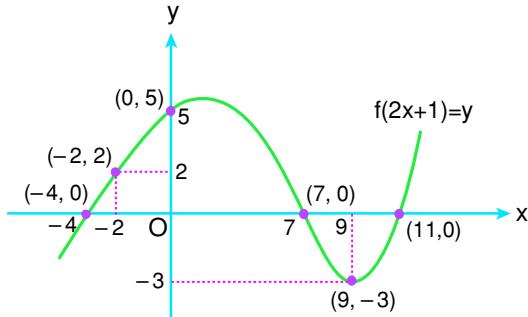
ÖRNEK - 100



Yukarıda $y = f(2x + 1)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, $f(-3) + f(15) + f(19)$ toplamı kaçtır?

- A) -1 B) 5 C) 7 D) 10 E) 15



$$f(2x + 1) = y$$

$$-4 \quad 0 \Rightarrow f(-7) = 0$$

$$-2 \quad 2 \Rightarrow f(-3) = 2$$

$$0 \quad 5 \Rightarrow f(1) = 5$$

$$7 \quad 0 \Rightarrow f(15) = 0$$

$$9 \quad -3 \Rightarrow f(19) = -3$$

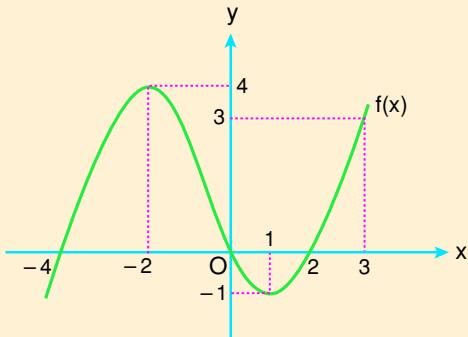
$$11 \quad 0 \Rightarrow f(23) = 0$$

$$f(-3) + f(15) + f(19) = 2 + 0 - 3 = -1 \text{ bulunur.}$$

Cevap : A

(2011 - LYS)

Aşağıda f fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



$g(x) = 3 - f(x - 2)$ olduğuna göre,
 $g(-2) + g(5)$ toplamı kaçtır?

- A) -3 B) -1 C) 1 D) 2 E) 3



Grafikten, $f(-4) = 0$

$$f(-2) = 4$$

$$f(0) = 0$$

$$f(1) = -1$$

$$f(2) = 0$$

$$f(3) = 3$$

olduğu görülmektedir.

$g(x) = 3 - f(x - 2)$ eşitliğinde x yerine -2 yazalım.

$$g(-2) = 3 - \overbrace{f(-4)}^0 = 3,$$

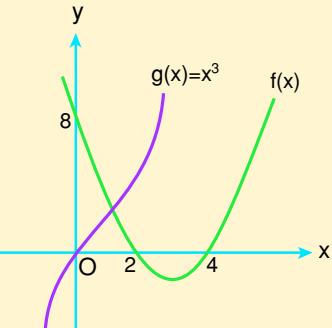
$g(x) = 3 - f(x - 2)$ eşitliğinde x yerine 5 yazalım.

$$g(5) = 3 - \overbrace{f(3)}^3 = 0$$

$g(-2) + g(5) = 3 + 0 = 3$ bulunur.

Cevap : E

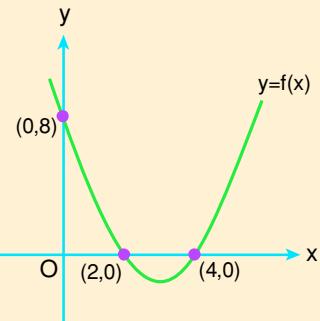
(2000 - ÖSS)



Yukarıdaki şekilde $f(x)$ fonksiyonu ile $g(x) = x^3$ fonksiyonunun grafikleri verilmiştir.

Buna göre, $(\text{fog}^{-1}\text{o}f)(0)$ değeri kaçtır?

- A) -4 B) -2 C) 0 D) 4 E) 8



$$g(x) = x^3$$

$$g(2) = 8$$

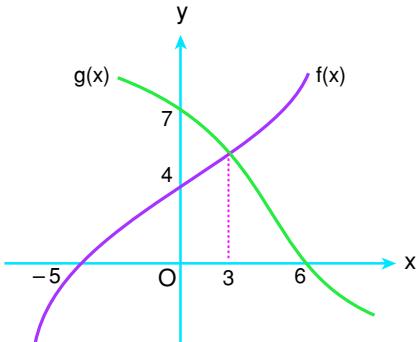
$$g^{-1}(8) = 2 \text{ olur.}$$

$$(\text{fog}^{-1}\text{o}f)(0) = f\left(g^{-1}\left(\frac{f(0)}{8}\right)\right) = f\left(g^{-1}\left(\frac{0}{8}\right)\right) = f(2) = 0$$

bulunur.

Cevap : C

ÖRNEK - 101

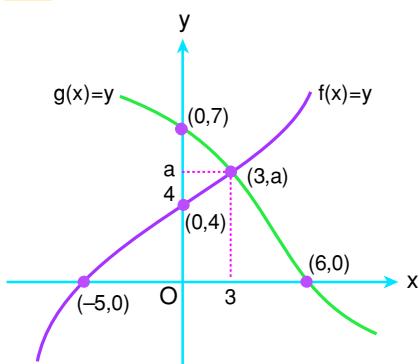


Yukarıda $f(x)$ ve $g(x)$ fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.

Buna göre, $(gof)(-5) + (f^{-1}og)(3)$ toplamı kaçtır?

- A) 6 B) 9 C) 10 D) 12 E) 14

Gözde



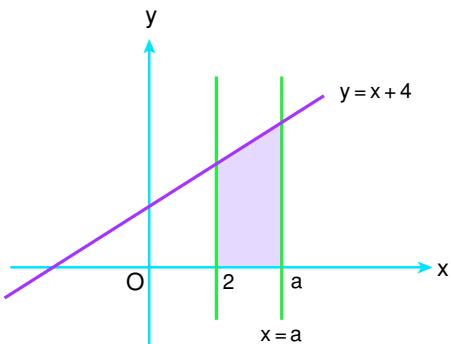
$$\begin{aligned} f(x) &= y \\ f(-5) &= 0 \\ f(0) &= 4 \\ f(3) &= a \end{aligned} \quad \begin{aligned} g(x) &= y \\ g(6) &= 0 \\ g(3) &= a \\ g(0) &= 7 \end{aligned}$$

$$g\left(\frac{f(-5)}{0}\right) + f^{-1}\left(\frac{g(3)}{a}\right)$$

$$\frac{g(0)}{7} + \frac{f^{-1}(a)}{3} = 7 + 3 = 10 \text{ bulunur.}$$

Cevap : C

ÖRNEK - 102

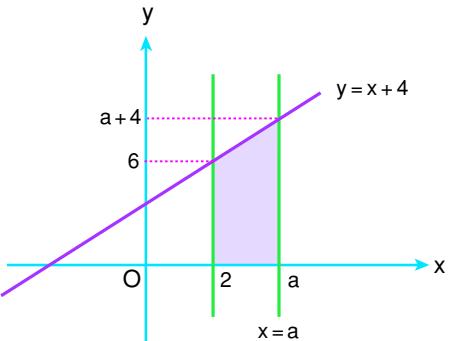


Yukarıdaki grafikte $y = x + 4$, $x = 2$, $x = a$ doğruları verilmiştir. $a > 2$ olmak üzere, $f(x)$ fonksiyonu taralı alanın ifadesi şeklinde tanımlanmıştır.

Buna göre, $f(a)$ fonksiyonunun kuralı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $a^2 + 4a$ B) $a^2 - 4a$
 C) $\frac{1}{2}(a^2 + 4a - 12)$ D) $\frac{1}{3}(a^2 + 4a + 2)$
 E) $\frac{1}{2}(a^2 + 8a - 20)$

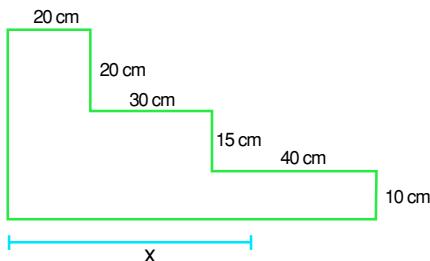
Gözde



$f(a)$ fonksiyonu taralı alanın değerine eşittir.

$$\begin{aligned} \text{Yamuğun alanı} &= \frac{\text{Alt taban} + \text{Üst taban}}{2} \cdot \text{Yükseklik} \\ &= \frac{a+4+6}{2} \cdot (a-2) = \frac{(a+10)(a-2)}{2} \\ &= \frac{1}{2}(a^2 + 8a - 20) \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Cevap : E

ÖRNEK - 103


Uzunlukları verilen şekildeki bölgenin x cm uzunluğundaki kısmının alanı $f(x)$ olarak tarif edildiğine göre, $f(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

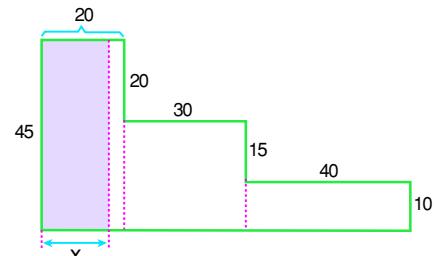
$$A) f(x) = \begin{cases} 45x & , \quad x \leq 20 \\ 25x + 400 & , \quad 20 \leq x \leq 50 \\ 10x + 1150 & , \quad 50 \leq x \leq 90 \end{cases}$$

$$B) f(x) = \begin{cases} 45x & , \quad x \leq 20 \\ 45x + 400 & , \quad 20 \leq x \leq 50 \\ 45x + 750 & , \quad 50 \leq x \leq 90 \end{cases}$$

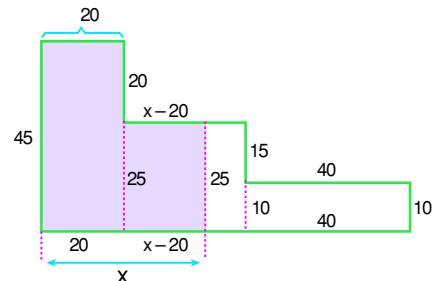
$$C) f(x) = \begin{cases} 20x & , \quad x \leq 20 \\ 25x + 400 & , \quad 20 \leq x \leq 50 \\ 45x + 750 & , \quad 50 \leq x \leq 90 \end{cases}$$

$$D) f(x) = \begin{cases} 40x + 200 & , \quad x \leq 50 \\ 45x - 100 & , \quad x \geq 50 \end{cases}$$

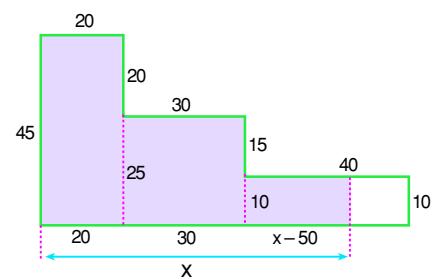
$$E) f(x) = \begin{cases} 10x + 900 & , \quad x \geq 20 \\ 45x + 750 & , \quad 20 \leq x \leq 90 \end{cases}$$

$x \leq 20$ alınırsa; taralı alan $45 \cdot x$ olur.



$20 \leq x \leq 50$ alınırsa;
taralı alan $= 45 \cdot 20 + 25 \cdot (x - 20) = 25x + 400$ olur.



$50 \leq x \leq 90$ alınırsa;
taralı alan $= 45 \cdot 20 + 25 \cdot 30 + 10(x - 50) = 10x + 1150$ olur.

$$f(x) = \begin{cases} 45x & , \quad x \leq 20 & \text{ise} \\ 25x + 400 & , \quad 20 \leq x \leq 50 & \text{ise} \\ 10x + 1150 & , \quad 50 \leq x \leq 90 & \text{ise} \end{cases}$$

Cevap : A

(1982 - ÖYS)

Yandaki şekilde bitişik karelerin kenar uzunlukları sırasıyla 1, 2 ve 4 birimdir. Δ doğrusu y eksenine paralel olarak değişen bir doğru olmak üzere aşağıdaki biçimde bir f fonksiyonu tanımlanıyor.

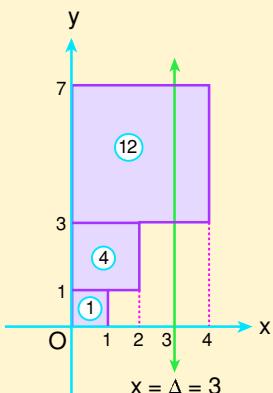
$f : x \rightarrow f(x) = \text{"Taralı alanın ölçüsü"}$

Buna göre, $f(3)$ ün değeri kaçtır?

A) 15 B) 17 C) 19 D) 21 E) 23

GÖZÜM :

$f(3)$ demek $x = \Delta = 3$ doğrusu ile y eksenini arasındaki şekiller içerisinde kalan alanların toplam ölçüsü demektir.



Taralı alanların toplamı $= 1 + 4 + 12 = 17$ dir.

Cevap : B



BEYİN JİMNASTİĞİ - 14

Aynı küpün dört farklı taraftan görüntüsü aşağıdakilerden hangidir.



Buna göre, dördüncü küpün boş olan taraftaki şekliyle birlikte görünüşü aşağıdakilerden hangisinde verilmiştir?

- A) P
- B) P
- C) P
- D) N P
- E) P

1. $f(x) = x^3 + 10x - 20$
olduğuna göre, $f(3)$ kaçtır?
A) 37 B) 45 C) 52 D) 55 E) 61

2. $f(2x+3) = 3x + 5$
olduğuna göre, $f(1)$ kaçtır?
A) 1 B) 2 C) 5 D) 7 E) 12

3. $f(x, y) = 5x + 3y - 1$
olduğuna göre, $f(2, -3)$ kaçtır?
A) 0 B) 5 C) 7 D) 9 E) 15

4. $f(x+1) = ax^2 + 4x + 1$ ve
 $f(3) = 21$
olduğuna göre, a kaçtır?
A) 2 B) 3 C) 5 D) 6 E) 9

5. $f(x) = x^7 - 9x^5 + 2x - 1$
olduğuna göre, $f(3)$ kaçtır?
A) 3 B) 5 C) 6 D) 9 E) 12

6. $f(x) = \begin{cases} 2x - 5 & , \quad x \geq 0 \text{ ise} \\ x + 10 & , \quad x < 0 \text{ ise} \end{cases}$
olduğuna göre, $f(-2) + f(1)$ kaçtır?
A) 1 B) 3 C) 5 D) 7 E) 9

7. $f(x) = \min(2x + 5, x^3 - 1)$
olduğuna göre, $f(f(2))$ kaçtır?
A) 9 B) 12 C) 15 D) 19 E) 21

8. $f(x) = 3x + a + 1$
 $f(2) = 15$
olduğuna göre, $f(a)$ kaçtır?
A) 33 B) 35 C) 42 D) 48 E) 54

- 9.** $f = \{(1, 3), (2, 5)\}$
 $g = \{(1, 8), (2, -2), (3, -4)\}$
 olduğuna göre, $(2f - g)(2) + g(3)$ kaçtır?
 A) 8 B) 10 C) 12 D) 14 E) 16

- 10.** $g(x) = x + 2$
 $f(x) = 3x - 1$
 olduğuna göre, $(f \cdot g)(1) + (f - g)(2)$ kaçtır?
 A) 5 B) 7 C) 9 D) 10 E) 15

- 11.** $f\left(\frac{3x-5}{x+1}\right) = 2x - 4$
 olduğuna göre, $f(2)$ kaçtır?
 A) 6 B) 10 C) 12 D) 15 E) 21

- 12.** $f(x, y) = x^2 + y^2 - 2xy$
 olduğuna göre, $f(75, 70)$ kaçtır?
 A) 5 B) 10 C) 25 D) 30 E) 60

- 13.** $f(x) = ax + bx - 2$ ve
 $f(3) = 13$
 olduğuna göre, $f(2)$ kaçtır?
 A) 6 B) 7 C) 8 D) 10 E) 12

- 14.** $f(a) = a^2 + x + 5$
 olduğuna göre, $f(2)$ kaçtır?
 A) 0 B) $a^2 + 7$ C) $a^2 + 9$
 D) $x + 5$ E) $x + 9$

- 15.** $f(x) = 4x - 12$
 olduğuna göre, $f(3 - 2x)$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?
 A) $-8x$ B) $-8x - 24$ C) $-8x + 12$
 D) $4x + 24$ E) $4x + 18$

- 16.** $f(x) = 3x - 2$
 $(3f - 2g)(x) = 7x + 2$
 olduğuna göre, $g(x)$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?
 A) $x - 8$ B) $x - 4$ C) $x - 1$
 D) $x + 2$ E) $x + 6$

1. $f(x) = \frac{3x^2 + x}{x^3 + 5x + 34}$

olduğuna göre, $f\left(-\frac{1}{3}\right)$ kaçtır?

- A) $-\frac{1}{3}$ B) $-\frac{1}{2}$ C) 0 D) $\frac{2}{3}$ E) 4

2. $f(x) = 5x + 3$ olduğuna göre,

$f\left(\frac{123}{4}\right) - f\left(\frac{115}{4}\right)$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 10 D) 12 E) 20

3. $f(x^2 + 5x + 1) = 2x^2 + 10x - 7$

olduğuna göre, $f(5)$ kaçtır?

- A) 1 B) 3 C) 6 D) 8 E) 9

4. $f(x) = 2x^3 - 1$ ve

$f(a) = 127$

olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

5. $f(2^x - 3) = 8^x + 1$

olduğuna göre, $f(2)$ kaçtır?

- A) 20 B) 60 C) 90 D) 111 E) 126

6. $f(x) = \frac{x^4 - 2x^2 - 8}{x^3 - 2x^2 + 2x - 4}$

olduğuna göre, $f(12)$ kaçtır?

- A) 8 B) 10 C) 12 D) 14 E) 16

7. $f(x + 2) = f(x - 3) + 2x + 1$

$f(2) = 5$

olduğuna göre, $f(12)$ kaçtır?

- A) 33 B) 37 C) 45 D) 54 E) 60

8. $f(x + 1) = f(x) + x + 2$

$f(1) = 10$

olduğuna göre, $f(10)$ kaçtır?

- A) 73 B) 81 C) 85 D) 91 E) 100

9. $f(2x + y) = f(x) + f(y) + 2$
 $f(3) = 4$
olduğuna göre, $f(9)$ kaçtır?

A) 10 B) 12 C) 15 D) 18 E) 24

10. $f(x) = \frac{2x+7}{x+3}$
bağıntısının sonucu aşağıdakilerden hangisi olamaz?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

11. $f(x)$ azalan bir fonksiyondur.

- $f(5) = 7$ olduğuna göre, $f(8)$ aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) 5 B) 7 C) 9 D) 13 E) 15

12. $f(x) = 3^x$
 $f(x+2)$ in $f(x)$ türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{f(x)}{9}$ B) $\frac{f(x)}{3}$ C) $3f(x)$
D) $9f(x)$ E) $f^2(x)$

13. $f(x) = x^3 + 5x + 2$
olduğuna göre, $f(-x)$ in $f(x)$ cinsinden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-f(x) + 4$ B) $-f(x) + 2$ C) $-f(x)$
D) $-f(x) - 2$ E) $-f(x) - 4$

14. " $f(x) = x$ ve x den küçük pozitif tamsayıların toplamı" şeklinde tanımlanıyor.

- Buna göre, $f(64) - f(62)$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) 63 B) 96 C) 127 D) 136 E) 148

15. $x = t - 2$

$$y = 3t + 5$$

- parametrik olarak verilen $y = f(x)$ fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?

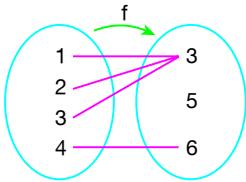
A) $3x - 1$ B) $3x + 6$ C) $3x + 11$
D) $6x - 2$ E) $6x + 6$

16. Bir fidan dikildikten sonra her yıl bir önceki yıldaki boyunun $\frac{3}{2}$ katına çıkmaktadır.

- 50 cm olarak dikilen fidanın, x yıl sonraki boyunu veren fonksiyon aşağıdakilerden hangisidir?

A) $f(x) = 50 + \frac{3x}{2}$ B) $f(x) = 50 + \left(\frac{3}{2}\right)^x$
C) $f(x) = 75^x$ D) $f(x) = 50 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^x$
E) $f(x) = \left(\frac{3}{2}\right)^x - 50$

1.



Yukarıdaki şemada verilen f fonksiyonu ile ilgili aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $f(1) = f(3) = 3$ tür.
- B) 4 ün görüntüsü 6 dır.
- C) Tanım kümesi 4 elemanlıdır.
- D) Görüntü kümesi 2 elemanlıdır.
- E) Değer kümesi 2 elemanlıdır.

2. $A = \{a, b, c\}$

$$B = \{b, c\}$$

olduğuna göre, A dan B ye tanımlanan aşağıdaki bağıntılardan hangisi fonksiyondur?

- A) $\{(a, b), (b, c)\}$
- B) $\{(a, a), (b, b), (c, c)\}$
- C) $\{(a, b), (b, b), (c, b)\}$
- D) $\{(a, c), (b, b)\}$
- E) $\{(b, c), (c, b)\}$

3. $A = \{1, 2\}$

olduğuna göre, A dan A ye tanımlanan aşağıdaki bağıntılardan hangisi fonksiyondur?

- A) $\{(1, 2)\}$
- B) $\{(1, 1), (2, 2)\}$
- C) $\{(1, 1), (1, 2)\}$
- D) $\{(1, 1), (2, 2), (1, 2), (2, 1)\}$
- E) $\{(2, 2)\}$

4. $A = \{2, 5\}$

$$B = \{4, 5, 7, 8, 13, 14, 15\}$$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi A dan B ye bir fonksiyon belirtir?

- A) $f(x) = x + 1$
- B) $f(x) = x + 5$
- C) $f(x) = x^2$
- D) $f(x) = 3x - 1$
- E) $f(x) = 4x - 5$

5. $f : A \rightarrow \mathbb{R}$

$$A = \{1, 2, 3\}$$

$f(x) = 2x - 1$ fonksiyonunun görüntü kümesi $f(A)$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\{1, 2, 3\}$
- B) $\{1, 3, 5\}$
- C) $\{3, 5, 8\}$
- D) $\{5, 10, 15\}$
- E) $\{1, 3\}$

6. $f : A \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = 3x + 1$$

fonksiyonunun görüntü kümesi,

$f(A) = \{1, 10, 25\}$ olduğuna göre, A kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{0, 3\}$
- B) $\{1, 3, 5\}$
- C) $\{0, 3, 5\}$
- D) $\{0, 3, 8\}$
- E) $\{0, 5, 9\}$

7. $f : A \rightarrow \mathbb{Z}$

$$f(x) = 2x - 9$$

bağıntısı fonksiyon olduğuna göre, A kümesi;

- I. Doğal sayılar
- II. Tamsayılar
- III. Rasyonel sayılar

yukarıdakilerden hangileri olabilir?

- A) Yalnız I
- B) Yalnız II
- C) I ve II
- D) I ve III
- E) II ve III

8. $f : A \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = \frac{5}{2x+10}$$

bağıntısı bir fonksiyon olduğuna göre, A kümesi aşağıdakilerden hangisi olamaz?

- A) Doğal sayılar
- B) Sayma sayılar
- C) Pozitif reel sayılar
- D) Tek sayılar
- E) Çift sayılar

9. $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ye

tanımlanan aşağıdaki bağıntılardan hangisi fonksiyon belirtir?

- | | |
|-------------------------------|--------------------------------|
| A) $f(x) = \sqrt{x+5}$ | B) $f(x) = \frac{2}{x^2 - 10}$ |
| C) $f(x) = \sqrt[3]{x-1}$ | D) $f(x) = x^x$ |
| E) $f(x) = \frac{3x+5}{2x+7}$ | |

10. $\mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ ye

tanımlanan aşağıdaki bağıntılardan hangisi fonksiyon belirtir?

- | | |
|---------------------------|----------------------|
| A) $f(x) = \frac{x+1}{2}$ | B) $f(x) = x - 3$ |
| C) $f(x) = 5x - 1$ | D) $f(x) = \sqrt{x}$ |
| E) $f(x) = 4x + 1$ | |

11. $f : [1, 5] \rightarrow (3, 15]$

şeklinde tanımlanan $f(x)$ fonksiyonu aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- | | |
|--------------------|--------------------|
| A) $f(x) = 3x$ | B) $f(x) = x^2$ |
| C) $f(x) = 3x + 8$ | D) $f(x) = 4x - 6$ |
| E) $f(x) = 2x + 3$ | |

12. Aşağıdaki bağıntılardan hangisi fonksiyondur?

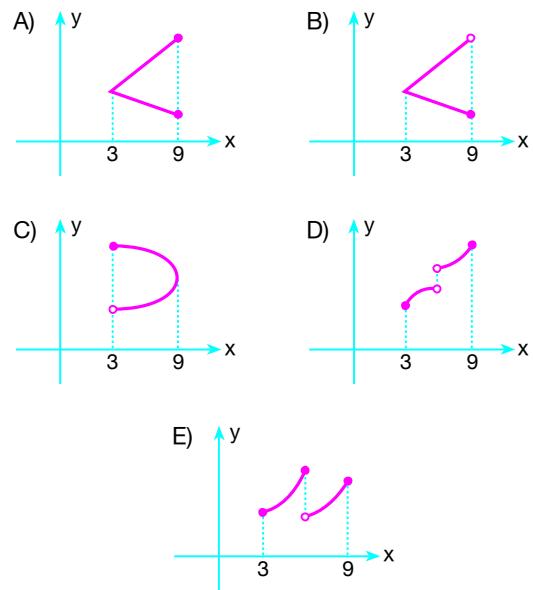
- A) $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$, $f(x) = 3^x$
- B) $f : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{x-1}$
- C) $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{N}$, $f(x) = x + 5$
- D) $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{x+10}$
- E) $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Z}$, $f(x) = x - 8$

13. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = y$$

şeklinde tanımlanan aşağıdaki bağıntılardan hangisi fonksiyon belirtir?

- | | |
|--------------------|------------------|
| A) $x \cdot y = 5$ | B) $x + y^2 = 4$ |
| C) $x^2 + y = 10$ | D) $x + y = 5$ |
| E) $y^2 = x$ | |

14. $[3, 9]$ aralığında tanımlanan aşağıdaki bağıntılardan hangisi fonksiyon belirtir?

1. $f(x) = x - 8$

fonksiyonunun reel sayılardaki en geniş tanım kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(8, \infty)$ B) $[8, \infty)$ C) $[0, 8]$
 D) $\mathbb{R} - \{8\}$ E) \mathbb{R}

2. $f(x) = \frac{3x + 1}{x + 5}$

fonksiyonunun reel sayılardaki en geniş tanım kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $[5, \infty)$ B) $(5, \infty)$ C) $\mathbb{R} - \{5\}$
 D) $\mathbb{R} - \{-5\}$ E) \mathbb{R}

3. $f(x) = \frac{3x + 8}{x^2 - 4}$

fonksiyonunun reel sayılardaki en geniş tanım kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) \mathbb{R} B) $\mathbb{R} - \{2\}$ C) $\mathbb{R} - \{-2, 2\}$
 D) $[-2, 2]$ E) $(-2, 2)$

4. $f : \mathbb{R} - \{5\} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = \frac{3x + 1}{2x - a + 1}$$

olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 8 D) 10 E) 11

5. $f : \mathbb{R} - \{a, b, c\} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = \frac{2x + 1}{x^3 - 5x^2 - x + 5}$$

olduğuna göre, $2a + b + 5c$ en fazla kaçtır?

- A) 12 B) 18 C) 24 D) 26 E) 30

6. $f(x) = \sqrt{x - 3} + 2$

fonksiyonun reel sayılardaki en geniş tanım kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $[0, 3)$ B) $[0, 3]$ C) $[3, \infty)$
 D) $[2, \infty)$ E) \mathbb{R}

7. $f(x) = \sqrt[3]{x - 5} + 2x - 12$

fonksiyonun reel sayılardaki en geniş tanım kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(0, 5]$ B) $(5, \infty)$ C) $[5, \infty)$
 D) $\mathbb{R} - \{5\}$ E) \mathbb{R}

8. $f : (3, 5] \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = 2x^2 + 1$$

fonksiyonun görüntü kümesinde kaç farklı tamsayı değeri vardır?

- A) 31 B) 32 C) 35 D) 36 E) 42

9. $f(x) = \sqrt{x} + 5$

fonksiyonunun reel sayılarındaki en geniş görsüntü kümeleri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(0, 5)$ B) $[0, 5)$ C) $[0, \infty)$
 D) $(5, \infty)$ E) $[5, \infty)$

10. $f(x) = |x - 2| + 3$

fonksiyonunun reel sayılarındaki en geniş görsüntü kümeleri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-\infty, 2]$ B) $[0, 2]$ C) $[2, 3]$
 D) $(3, \infty)$ E) $[3, \infty)$

11. $f : [3, 5] \rightarrow \mathbb{R}$

$f(x) = 3x - 5$

fonksiyonunun görsüntü kümelerinin en büyük ve en küçük değerleri toplamı kaçtır?

- A) 6 B) 10 C) 12 D) 14 E) 20

12. $f : \mathbb{N} - \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$

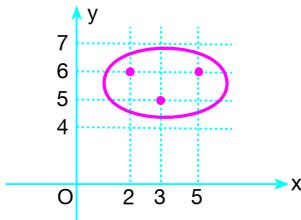
$$f(x) = \frac{5x + 17}{x}$$

fonksiyonunun görsüntü kümelerinde bulunan tamsayıların toplamı kaçtır?

- A) 6 B) 15 C) 22 D) 24 E) 28

13. $A = \{2, 3, 5\}$

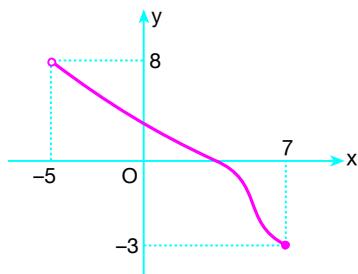
$B = \{4, 5, 6, 7\}$



$f : A \rightarrow B$ ye tanımlanan f fonksiyonun görsüntü kümeleri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{2, 3, 5\}$ B) $\{4, 5, 6, 7\}$ C) $\{4, 5, 6\}$
 D) $\{5, 6\}$ E) $\{5, 6, 7\}$

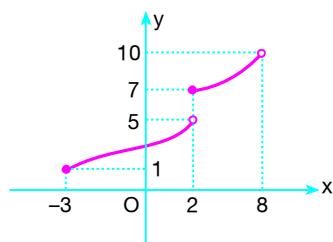
14.



Yukarıdaki şekli verilen $y = f(x)$ fonksiyonunun tanım kümesi A, görsüntü kümeleri B olduğuna göre, $A - B$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-5, -3)$ B) $(-5, -3]$ C) $(7, 8)$
 D) $[7, 8)$ E) $(-3, 7)$

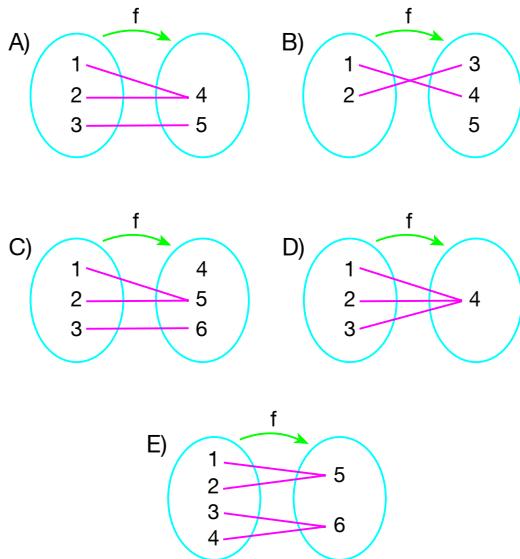
15.



Yukarıdaki şekli verilen $y = f(x)$ fonksiyonunun tanım ve görsüntü kümelerinin her ikisinde de bulunan kaç farklı tamsayı değeri vardır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

1. Aşağıdaki fonksiyonlardan hangisi birebirdir?



2. Aşağıdaki bağıntılardan hangisi birebir fonksiyondur?

- A) $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, $f(x) = x^3 - 2$
- B) $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$, $f(x) = x^2$
- C) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3$
- D) $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, $f(x) = 2x + 4$
- E) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = |x + 2|$

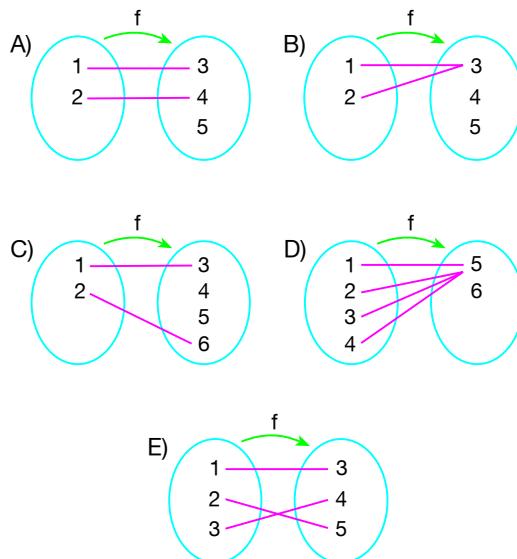
3. $s(A) = 3$

$s(B) = 7$

olduğuna göre, A dan B ye kaç farklı birebir fonksiyon tanımlanabilir?

- A) 60
- B) 90
- C) 120
- D) 210
- E) 360

4. Aşağıdaki fonksiyonlardan hangisi örtendir?



5. Aşağıdaki bağıntılardan hangisi örtен fonksiyondur?

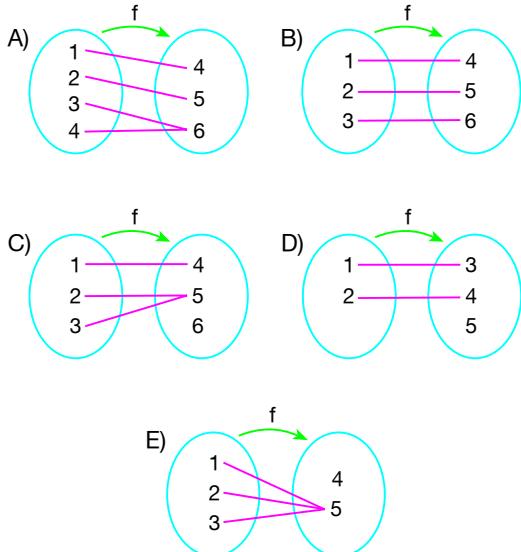
- A) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 5x - 1$
- B) $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$, $f(x) = 3x$
- C) $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{N}$, $f(x) = x$
- D) $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, $f(x) = 2x + 1$
- E) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + 5$

6. $f: \mathbb{N} \rightarrow A$ olmak üzere,

$f(x) = x + 2$ şeklinde tanımlanan $f(x)$ fonksiyonu örten olduğuna göre, A kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) \mathbb{N}
- B) \mathbb{Z}
- C) \mathbb{R}
- D) $\mathbb{N} - \{2\}$
- E) $\mathbb{Z}^+ - \{1\}$

7. Aşağıdaki fonksiyonlardan hangisi örten olup birebir değildir?



8. $A = \{1, 2, 3\}$ olmak üzere,

$$f : A \rightarrow B$$

$$f(x) = x^2 - 2$$

fonksiyonu örten olduğuna göre, B kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{1, 2, 3\}$ B) $\{-1, 2, 7\}$ C) $\{1, 2\}$
 D) $\{-1, 3\}$ E) $\{1, 2, 3, 4\}$

9. $f : \mathbb{R} \rightarrow A$

$$f(x) = \begin{cases} x + 5 & x \geq 1 \\ x - 1 & x < 1 \end{cases}$$

fonksiyonu örten olduğuna göre, A kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-\infty, 0) \cup [6, \infty)$ B) $(-\infty, 0) \cup (6, \infty)$
 C) $(0, 6]$ D) $(-\infty, \infty)$
 E) $(0, \infty)$

10. $f : A \rightarrow B$ fonksiyonu birebir ve örtendir.

$$s(A) = 3n + 1$$

$$s(B) = 2n + 8$$

olduğuna göre, n kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 7 D) 8 E) 9

11. $f : A \rightarrow B$ fonksiyonu birebir olup örten değildir.

$$s(A) = 5n + 2$$

$$s(B) = 3n + 21$$

olduğuna göre, n nin alabileceği değerler toplamı kaçtır?

- A) 15 B) 21 C) 36 D) 42 E) 45

12. A ve B sonlu kümeler olmak üzere,

f : A \rightarrow B fonksiyonu birebir olduğuna göre,

- I. $s(A) \geq s(B)$
 II. $s(A) = s(B)$
 III. $s(A) \leq s(B)$

yargılardan hangileri kesinlikle doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
 D) I ve II E) II ve III

13. A ve B sonlu kümeler olmak üzere,

f : A \rightarrow B tanımlanan fonksiyonda $s(A) > s(B)$ olduğuna göre, f fonksiyonu ile ilgili;

- I. Birebirdir.
 II. Örtendir.
 III. İçinedir.

yargılardan hangileri kesinlikle yanlışır?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
 D) I ve II E) I ve III

- 1.** $f(x) = (a-2)x^3 + (b-5)x + a - b + 10$
sabit fonksiyon olduğuna göre, $f(2) + f(5)$ kaçtır?
A) 3 B) 6 C) 7 D) 10 E) 14
- 2.** $f(x) = x^{a-2} + (b-3)x + a + b + 2$
sabit fonksiyon olduğuna göre, $f(2)$ nin alabileceği değerler toplamı kaçtır?
A) 2 B) 5 C) 7 D) 14 E) 15
- 3.** $f(x) = \frac{8x+a}{2x+12}$
sabit fonksiyon olduğuna göre, a kaçtır?
A) 3 B) 6 C) 18 D) 36 E) 48
- 4.** $A = \{1, 2, 3, 4\}$
 $B = \{3, 4, 5\}$
olduğuna göre, A dan B ye kaç farklı sabit fonksiyon tanımlanabilir?
A) 3 B) 4 C) 6 D) 12 E) 21

- 5.** $f(x) = (a-2)x^2 + (b-3)x + c + 9$
birim fonksiyon olduğuna göre, $a + b + c$ kaçtır?
A) -4 B) -3 C) -1 D) 1 E) 5
- 6.** f birim fonksiyon olmak üzere,
 $f(4x+10) = (a-2)x^2 + bx + (c+5)$
olduğuna göre, $a + b + c$ toplamının değeri kaçtır?
A) -3 B) -2 C) 5 D) 7 E) 11
- 7.** $f(x)$ doğrusal fonksiyon olmak üzere,
 $f(3) = 20$
 $f(4) = 18$
olduğuna göre, $f(7)$ kaçtır?
A) 8 B) 10 C) 12 D) 14 E) 146
- 8.** Fonksiyonlarla ilgili olarak,
I. $f(x) = 8$ sabit fonksiyondur.
II. $f(x) = x$ birim fonksiyondur.
III. $f(x) = 5x + 2$ doğrusal fonksiyondur.
IV. $f(x) = 3$ doğrusal fonksiyondur.
yargılardan kaç tanesi doğrudur?
A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

9. Aşağıdakilerden hangisi tek fonksiyondur?

- A) $f(x) = 5$ B) $f(x) = x^2$
 C) $f(x) = x^3$ D) $f(x) = x^3 + 1$
 E) $f(x) = x^3 - x^2$

10. Aşağıdakilerden hangisi çift fonksiyondur?

- A) $f(x) = 3$ B) $f(x) = x^3 + 1$
 C) $f(x) = 2x^3 + 4$ D) $f(x) = x^2 + x^3$
 E) $f(x) = \frac{x^3}{x^2 + 1}$

11. $f(x) = (a-2)x^3 + (a+1)x^2 + bx + b - 5$ **çift fonksiyon olduğuna göre, $f(2)$ kaçtır?**

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 9 E) 12

12. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$f(x)$ fonksiyonunun grafiği y eksenine göre simetrikdir.

$$f(x) = 3f(-x) + x^2 + 1$$

olduğuna göre, $f(5)$ kaçtır?

- A) 15 B) 10 C) 3 D) -1 E) -13

13. $s(A) = 4$

olduğuna göre, A kümesi üzerinde kaç farklı permütasyon fonksiyonu tanımlanabilir?

- A) 6 B) 12 C) 24 D) 36 E) 60

14. $A = \{a, b, c, d, e, f\}$

kümesi üzerinde $f(a) = b$ olacak şekilde kaç farklı permütasyon fonksiyonu tanımlanabilir?

- A) 6 B) 15 C) 24 D) 30 E) 120

15. $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ kümesinde tanımlanan;

$$f: \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 4 & 3 & 5 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

permütasyon fonksiyonu için $f(2) + f(4)$ kaçtır?

- A) 3 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

16. $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

$$f: \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 3 & 4 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

fonksiyonu için,

$$f(a) = a - 2 \quad \text{ve} \quad f(b) = b + 4$$

olduğuna göre, $f(a - b)$ kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

1. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = 2x - 1$$

fonksiyonunun tersi $f^{-1}(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{x-1}{2}$ B) $\frac{x+1}{2}$ C) $2x + 1$
 D) $1 - 2x$ E) $x + 2$

2. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = \frac{x+10}{3}$$

fonksiyonunun tersi $f^{-1}(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $10 - 3x$ B) $10 + 3x$ C) $3 + 10x$
 D) $3x - 10$ E) $\frac{x-10}{3}$

3. Tanımlı olduğu aralıkta,

$$f(x) = \sqrt{x-5}$$

fonksiyonunun tersi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\sqrt{x+5}$ B) $x + 5$ C) $x^2 + 5$
 D) $(x+5)^2$ E) $(x-5)^2$

4. Aşağıda verilen fonksiyonlardan hangisinin tersi kendisine eşittir?

- A) $f(x) = 3x - 1$ B) $f(x) = 1 - 3x$
 C) $f(x) = 3 - x$ D) $f(x) = \frac{x+1}{x-2}$
 E) $f(x) = 5x$

5. $f : \mathbb{R} - \{3\} \rightarrow \mathbb{R} - \{5\}$

$$f(x) = \frac{10x+1}{2x-6}$$

fonksiyonun tersi $f^{-1}(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-\frac{10x+1}{2x+6}$ B) $\frac{6x+1}{2x+10}$
 C) $\frac{6x+1}{2x-10}$ D) $\frac{x+6}{2x-10}$
 E) $-\frac{6x-1}{2x+10}$

6. $f(x) = \frac{5x+10}{2x-a}$ ve **$f(x) = f^{-1}(x)$ olduğuna göre, $f(a)$ kaçtır?**

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

7. $f(3x-1) = 5x+2$ **olduğuna göre, $f(5) + f^{-1}(37)$ kaçtır?**

- A) 16 B) 20 C) 29 D) 32 E) 36

8. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = 2x^3 + 1$$

olduğuna göre, $f^{-1}(55)$ kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 9

9. $f(x) = 2x + \sqrt{x-1} + 1$
olduğuna göre, $f(10) + f^{-1}(24)$ toplamı kaçtır?
 A) 12 B) 18 C) 24 D) 32 E) 34

10. $f(x+5) = 2x+3$ ve
 $f^{-1}(a+3) = 15$
olduğuna göre, a kaçtır?
 A) 5 B) 10 C) 12 D) 15 E) 20

11. $f(2x+5) = 4x+20$
olduğuna göre, $f(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?
 A) $2x - 10$ B) $2x$ C) $2x + 10$
 D) $8x - 10$ E) $8x + 10$

12. $f : \mathbb{R} - \{5\} \rightarrow \mathbb{R} - \{2\}$

$$x = \frac{5f(x) + 1}{f(x) - 2}$$

olduğuna göre, $f^{-1}(x)$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?
 A) $\frac{2x+1}{x-5}$ B) $\frac{5x+1}{x-2}$ C) $\frac{x+1}{x-5}$
 D) $\frac{x+2}{x-5}$ E) $\frac{x-5}{x+2}$

13. $f : \mathbb{R} - \{3\} \rightarrow \mathbb{R} - \{5\}$

$$f(x) = \frac{ax+3}{x-b}$$

olduğuna göre, a.b kaçtır?

- A) 6 B) 9 C) 12 D) 15 E) 18

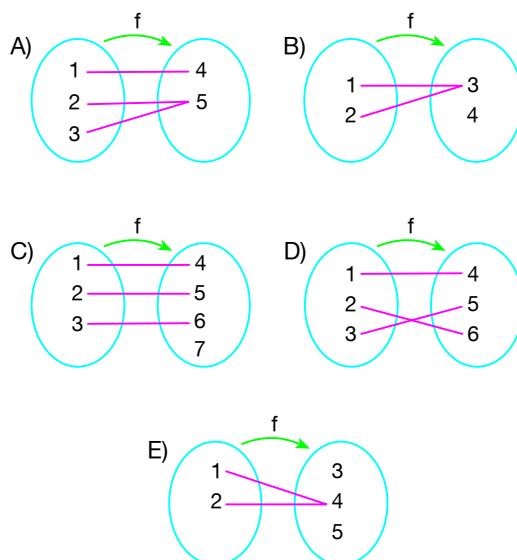
14. Fonksiyonlarla ilgili olarak;

- I. Bir fonksiyonun tersi fonksiyon ise bu fonksiyon örtendir.
- II. Bir fonksiyon birebir ise tersi de fonksiyondur.
- III. Bir fonksiyonun tersinde fonksiyon olabilmesi için bu fonksiyonun birebir ve örten olması gereklidir.

yukarıdaki yargılardan hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
 D) I ve II E) I ve III

15. Aşağıda verilen fonksiyonlardan hangisinin terside fonksiyondur?



1. $f(x) = x + 4$

$g(x) = 2x + 5$

olduğuna göre, $(fog)(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2x + 9$ B) $2x + 20$ C) $2x + 13$
 D) $5x - 1$ E) $5x + 5$

2. $f(x) = 2x - 4$

$g(x) = 3x + 1$

olduğuna göre, $(fog)(x) - (gof)(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) x B) $x - 1$ C) 4 D) 6 E) 9

3. $f(x) = 2x$

$g(x) = 3x - 1$

$h(x) = x + 8$

olduğuna göre, $(gohof)(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $6x + 6$ B) $6x + 15$ C) $6x + 23$
 D) $9x - 1$ E) $9x + 1$

4. $f(x) = 3x + 5$

$g(x) = ax + b$

$(fog)(x) = 6x + 29$

olduğuna göre, $a + b$ kaçtır?

- A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

5. $f(x) = \frac{3x - 3}{n} + 5$

$g(x) = nx + 1$

olduğuna göre, $(fog)(x)$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $2x + 5$ B) $3x + 5$ C) $3x + 10$
 D) $6x - 2$ E) $6x + 5$

6. $f(x) = 4x - 2$

$g(x) = 2x + 10$

olduğuna göre, $(f^{-1}og)^{-1}(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x - 8$ B) $x - 6$ C) $2x - 6$
 D) $2x - 2$ E) $4x + 1$

7. $f(x) = 3x - 1$

olduğuna göre, $(fof)(2)$ kaçtır?

- A) 6 B) 8 C) 10 D) 14 E) 18

8. $f(x) = x^2 + 1$

$g(x) = 3x - 10$

olduğuna göre, $(gofog)(3)$ kaçtır?

- A) -6 B) -4 C) -2 D) 2 E) 6

9. $f(x) = \begin{cases} 2x + 1 & , \quad x \geq 3 \\ 1 + 5x & , \quad x < 3 \end{cases}$

$$g(x) = x + 1$$

olduğuna göre, $(f \circ g)(1)$ kaçtır?

- A) 10 B) 20 C) 23 D) 28 E) 33

13. $f(x) = (x + 1)^5 - 2$

$$g(x) = 2x - 2$$

olduğuna göre, $(g \circ f^{-1})(7)$ kaçtır?

- A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 15

10. $f(x) = 8x$

olduğuna göre, $(f \circ f \circ f)(32)$ kaçtır?

- A) 2^{10} B) 2^{12} C) 2^{14} D) 2^{15} E) 2^{18}

14. $f(x) = x^3 + 8$

$$g(x) = 2x + 1$$

$$h(x) = 5$$

olduğuna göre, $(g \circ h \circ f)(9)$ kaçtır?

- A) 11 B) 25 C) 63 D) 125 E) 256

11. $f(x) = 2x + a + 1$

$$g(x) = \frac{3x - 5}{2}$$

$$(f \circ g)(3) = 20$$

olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 8 B) 10 C) 12 D) 15 E) 18

15. $f : \{(1, 3), (2, 4), (3, -3)\}$

$$g : \{(-1, 3), (4, 5), (0, 2)\}$$

olduğuna göre, $(g \circ f \circ g)(0)$ kaçtır?

- A) -1 B) 1 C) 2 D) 3 E) 5

12. $f(x) = 3x$

$$g(x) = 2x + 5$$

$$(g \circ f)(a + 1) = 41$$

olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 8 E) 10

16. $(f \circ g)(x) = 4x + 10$

$$g(x) = 2x - 1$$

olduğuna göre, f(x) aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2x - 10$ B) $2x + 10$ C) $2x + 12$
 D) $x + 4$ E) $x + 8$

1. $f(x) = 2x - 1$

olduğuna göre, $(f \circ f)(x + 3)$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2x + 8$ B) $2x + 20$ C) $4x + 9$
 D) $4x + 12$ E) $6x + 8$

2. $f(a, b) = (2a + 1, b - 1)$

olduğuna göre, $(f \circ f)(1, 3)$ kaçtır?

- A) (3, 1) B) (7, 1) C) (6, 2)
 D) (9, 2) E) (15, 3)

3. $f(x) = (x + 2)!$

olduğuna göre, $\frac{(f \circ f)(1)}{f(4)}$ kaçtır?

- A) 6 B) 9 C) 30 D) 56 E) 60

4. $f(x) = ax + b$

$g(x) = cx + f$

$h(x) = ex + f$

$(gofoh)(x) = 24x + 10$

olduğuna göre, a.c.e kaçtır?

- A) 6 B) 12 C) 18 D) 24 E) 30

5. $(f^{-1} \circ g)(2) = 3$

olduğuna göre, $f(3) - g(2)$ kaçtır?

- A) -2 B) 0 C) 2 D) 6 E) 9

6. $(f \circ g)(2x - 1) = x^3 + 5x - 1$

$g(3) = 1$ olduğuna göre, $f(1)$ kaçtır?

- A) 5 B) 9 C) 12 D) 15 E) 17

7. $f^{-1}(2x + 1) = g(x + 3)$

olduğuna göre, $(f \circ g)(7)$ kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 8 D) 9 E) 12

9. $f(x) = \frac{5x - 1}{2x - 5}$

olduğuna göre, $\underbrace{(fofofofo \dots of)}_{21 \text{ tane}}(3)$ kaçtır?

- A) 1 B) 3 C) 14 D) 18 E) 21

10. f ile g birebir ve örten fonksiyonlardır.

$f(2) = 3$

$g(2) = 6$

olduğuna göre, $(gof^{-1})(3)$ kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 6 E) 12

11. $(f^{-1}og)(x + 1) = 2x - 1$

olduğuna göre, $f(9) - g(6)$ kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 3 D) 4 E) 6

12. $f(x) = 2x$ olduğuna göre,

$\underbrace{(fofofo \dots of)}_{10 \text{ tane}}(1)$

bileşke fonksiyonunun değeri kaçtır?

- A) 2^5 B) 2^6 C) 2^9 D) 2^{10} E) 2^{11}

13. $(fov)(x) = f^{-1}(2x + 4)$

olduğuna göre, $(fov)(2)$ nin değeri kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 12

14. $f: \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 3 & 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$

$g: \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 4 & 1 & 5 & 3 & 2 \end{pmatrix}$

olduğuna göre, $(fogf^{-1})(2)$ kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

15. $f: \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ d & b & a & c \end{pmatrix}$

$g: \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ a & c & d & b \end{pmatrix}$

olduğuna göre, gof aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\begin{pmatrix} a & b & c & d \\ d & c & b & a \end{pmatrix}$ B) $\begin{pmatrix} a & b & c & d \\ c & a & b & d \end{pmatrix}$

C) $\begin{pmatrix} a & b & c & d \\ b & a & c & d \end{pmatrix}$ D) $\begin{pmatrix} a & b & c & d \\ a & b & d & c \end{pmatrix}$

E) $\begin{pmatrix} a & b & c & d \\ b & c & a & d \end{pmatrix}$

16. $f: \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}$

$fog: \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

olduğuna göre, g fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ B) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

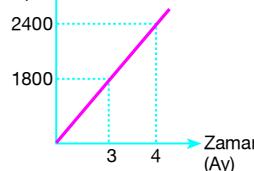
C) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$ D) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 4 & 2 \end{pmatrix}$

E) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$

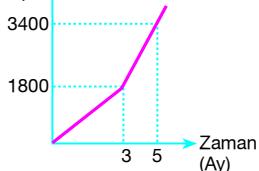
1. Bir işe yeni başlayan birisi ilk 3 ay aylık 600 TL lira, daha sonraki aylar aylık 800 TL lira maaş alacaktır.

Buna göre, bu kişinin geçen zaman dilimine göre alacaklarını gösteren grafik aşağıdakilerden hangisi olabilir?

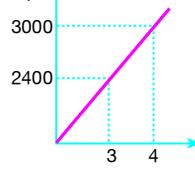
A) Alınan Para(TL)



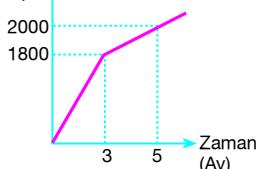
B) Alınan Para(TL)



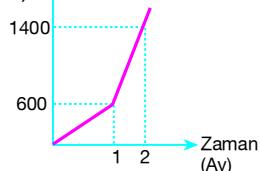
C) Alınan Para(TL)



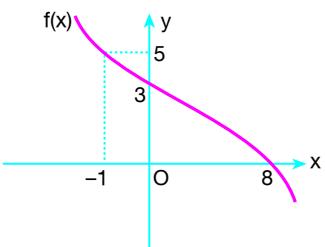
D) Alınan Para(TL)



E) Alınan Para(TL)



2.

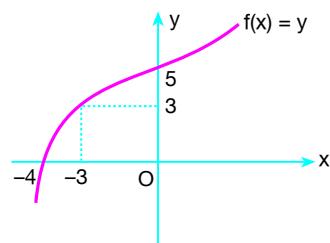


Yukarıda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, $f(-1) + f(0) + f(8)$ kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 8 D) 9 E) 12

3.

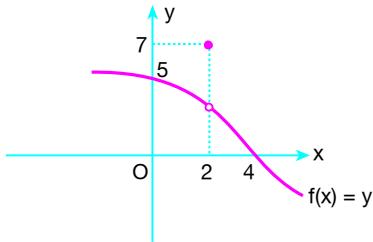


Yukarıda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, $f(-3) + f(0)$ kaçtır?

- A) -1 B) 2 C) 3 D) 5 E) 8

4.

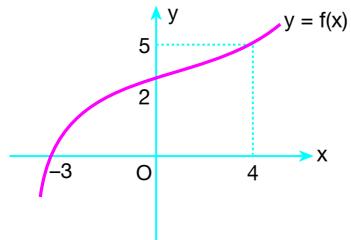


Yukarıda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, $f(4) + f(0) + f(2)$ kaçtır?

- A) 4 B) 6 C) 9 D) 12 E) 18

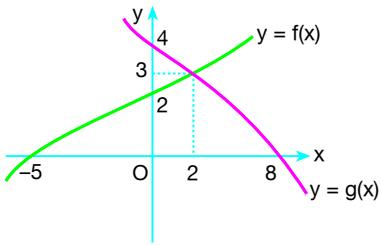
5.



Yukarıda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, $(f \circ f)(-3) + f^{-1}(5)$ kaçtır?

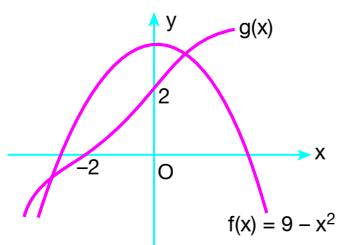
- A) 3 B) 5 C) 6 D) 7 E) 9

6.


Yukarıda $y = f(x)$ ve $y = g(x)$ fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.

Buna göre, $(f \circ g)(8) + f^{-1}(3)$ kaçtır?

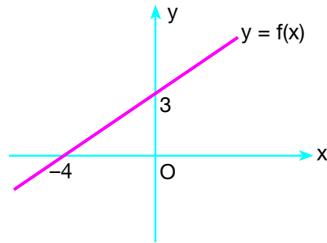
- A) 4 B) 5 C) 6 D) 8 E) 10

9.


Yukarıda $y = g(x)$ ve $f(x) = 9 - x^2$ fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.

Buna göre, $(f \circ g \circ f)(3)$ kaçtır?

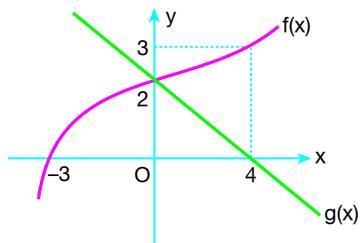
- A) -1 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

7.


Yukarıda $y = f(x)$ doğrusal fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, $f(0) + f(12)$ kaçtır?

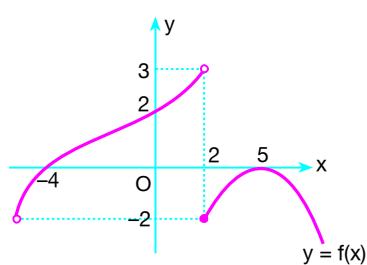
- A) 6 B) 9 C) 12 D) 15 E) 21

10.


Yukarıda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, $(f \circ g)(4)$ kaçtır?

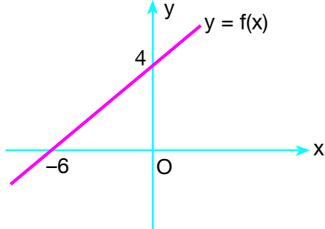
- A) -3 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

8.


Yukarıda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

$(f \circ f)(x) = -2$ olduğuna göre, x değeri kaçtır?

- A) -4 B) 0 C) 2 D) 4 E) 5

11.


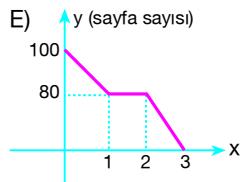
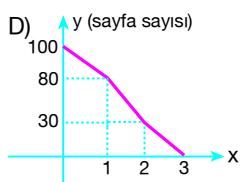
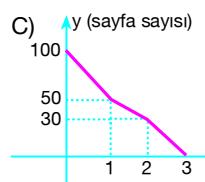
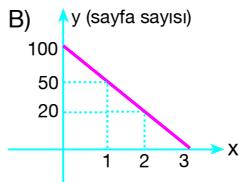
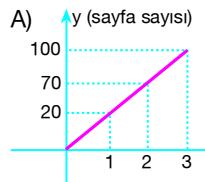
Yukarıda $y = f(x)$ doğrusal fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, $f(9)$ kaçtır?

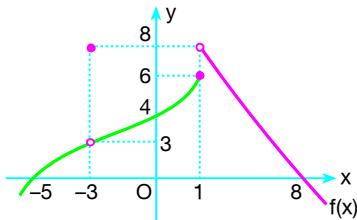
- A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 16

1. Miray, 100 sayfalık bir kitabı;
1. gün 20, 2. gün 50, 3. gün 30 sayfasını okuyor.

Buna göre, Miray'ın okuduğu kitaptaki, kalan sayfa sayısının günlere göre değişimini gösteren grafik aşağıdakilerden hangisi olabilir?



2.

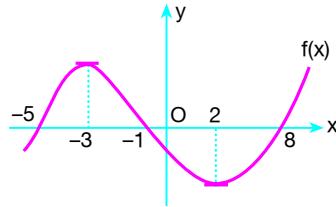


Yukarıda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlışır?

- A) $f(8) = 0$ B) $f(-3) = 8$
 C) $(f \circ f)(-5) = 4$ D) $(f \circ f)(1) = 0$
 E) $f(0) = 4$

3.

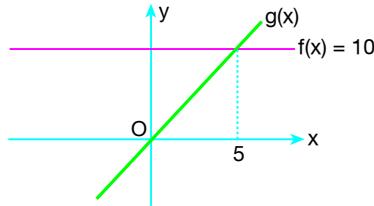


Yukarıda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, $f(x) = 0$ eşitliğini sağlayan x değerleri toplamı kaçtır?

- A) -2 B) 0 C) 2 D) 4 E) 6

4.

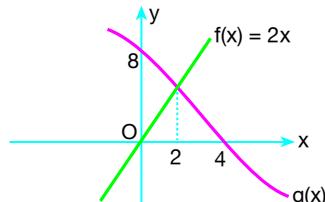


Yukarıda $f(x) = 10$ sabit fonksiyonu ve $y = g(x)$ doğrusal fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, $\frac{f(2) + f(3)}{g(3) - g(1)}$ kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 5 D) 6 E) 10

5.

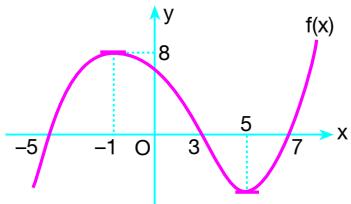


Yukarıda $f(x) = 2x$ ve $g(x)$ fonksiyonlarının grafiği verilmiştir.

Buna göre, $g(2) + (f \circ g)(0)$ kaçtır?

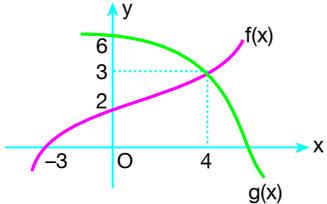
- A) 4 B) 8 C) 12 D) 16 E) 20

6.

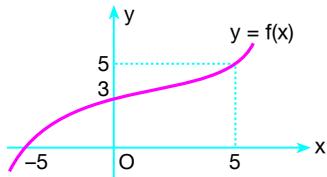
 $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,Yukarıdaki şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.Buna göre, $f(x) = 5$ eşitliğini sağlayan kaç farklı x değeri vardır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 6

7.

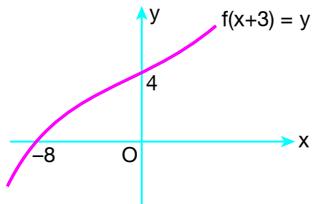
Şekilde $y = f(x)$ ve $y = g(x)$ fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.Buna göre, $(gof)(-3) + (g^{-1}of)(4)$ kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

8. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ Şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.Buna göre, $(fof)(a+1) = 3$ olduğuna göre, a kaçtır?

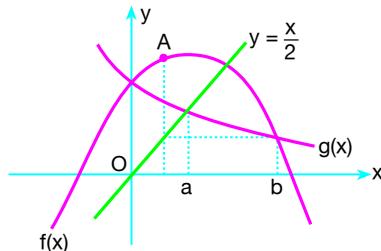
- A) -6 B) -5 C) 0 D) 3 E) 5

9.

Yukarıdaki şekilde $f(x+3) = y$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.Buna göre, $f(-5) + f(3) + f^{-1}(4)$ kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 5 D) 7 E) 10

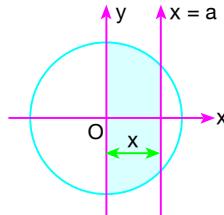
10.

Yukarıdaki şekilde $y = f(x)$ eğrisi, $y = g(x)$ eğrisi ve $y = \frac{x}{2}$ doğrusunun grafikleri verilmiştir.

Buna göre, A noktasının ordinatı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $f(g(a))$ B) $f(2 \cdot g(a))$ C) $f(g(b))$
 D) $f(2 \cdot g(b))$ E) $f\left(\frac{g(b)}{2}\right)$

11.

Şekilde $f(a)$ fonksiyonu "x = a doğrusu, y ekseni ve yarıçapı 6 birim olan çember arasında kalan taralı alanın ölçüsü" olarak tanımlanıyor.Buna göre, $f(3)$ kaçtır?

- A) 3π B) 6π C) $3\pi + \frac{9\sqrt{3}}{2}$
 D) $6\pi + 9\sqrt{3}$ E) $9\pi + 9$