



KARTEZYEN ÇARPIM

Sıralı İkili : (a, b) biçiminde yazılan sıralı ikililerde a birinci bileşen, b ikinci bileşendir. Sıralı ikili de sıralama önemlidir.

Yani (a, b) ile (b, a) birbirinden farklıdır.

(a, b) = (c, d) ise a = c ve b = d olur.

ÖRNEK - 1

$(2x + 1, 3y) = (15, 27)$ sıralı ikilileri birbirine eşit olduğuna göre, $x \cdot y$ çarpımı kaçtır?

- A) 15 B) 21 C) 28 D) 35 E) 36

Çözüm :

$$\begin{aligned} (2x + 1, 3y) &= (15, 27) \\ 2x + 1 &= 15 \quad 3y = 27 \\ x &= 7 \quad y = 3 \\ x \cdot y &= 7 \cdot 3 = 21 \text{ olur.} \end{aligned}$$

Cevap : B

ÖRNEK - 2

$(a + 1, 5, b) = (2a - 5, c + 1, 2)$ sıralı üçlüleri birbirine eşit olduğuna göre, $a + b + c$ toplamı kaçtır?

- A) 10 B) 12 C) 15 D) 18 E) 30

Çözüm :

$$\begin{aligned} a + 1 &= 2a - 5 & 5 &= c + 1 & b &= 2 \\ a &= 6 & c &= 4 & b &= 2 \\ a + b + c &= 6 + 2 + 4 = 12 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Cevap : B

Kartezyen Çarpım : A ve B iki küme olmak üzere, birinci bileşeni A dan, ikinci bileşeni B den olan tüm sıralı ikililere A ile B nin kartezyen çarpımı denir.

A x B biçiminde yazılıp, A kartezyen B diye okunur.

Birinci bileşen B den, ikinci bileşen A dan seçilerek oluşturulan tüm sıralı ikililere B ile A nın kartezyen çarpımı denir.

B x A biçiminde yazılıp, B kartezyen A diye okunur.

Örneğin,

$$A = \{1, 2\}, \quad B = \{3, 4\}$$

$$A \times B = \{1, 2\} \times \{3, 4\} = \{(1, 3), (1, 4), (2, 3), (2, 4)\}$$

$$B \times A = \{3, 4\} \times \{1, 2\} = \{(3, 1), (3, 2), (4, 1), (4, 2)\} \text{ olur.}$$

Kartezyen Çarpımın Özellikleri

- 1) $s(A) = m$ ve $s(B) = n$ olmak üzere, $s(AXB) = s(BXA) = m \cdot n$ dir.
- 2) Kartezyen çarpımın değişme özelliği yoktur. A ve B kümeleri farklı kümeler ise $A \times B \neq B \times A$ olur.
- 3) $A \times A \times A = A^3$
 $A \times A = A^2$
- 4) Kartezyen çarpımın birleşme özelliği vardır. $(A \times B) \times C = A \times (B \times C)$
- 5) Kartezyen çarpımın kesişim, birleşim ve fark kümeleri üzerine dağılıma özelliği vardır.

$$A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$$

$$A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$$

$$A \times (B - C) = (A \times B) - (A \times C)$$

ÖRNEK - 3

$$A = \{x ; 2 < x \leq 5, x \text{ bir tamsayı}\}$$

$$B = \{y ; y^2 < 10, y \text{ bir tamsayı}\}$$

olduğuna göre, $s(A \times B)$ kaçtır?

- A) 12 B) 15 C) 18 D) 21 E) 24

Çözüm :

$$A = \{3, 4, 5\}$$

$$B = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$$

$$s(A \times B) = s(A) \times s(B) = 3 \cdot 7 = 21 \text{ olur.}$$

Cevap : D

ÖRNEK - 4

$$A = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$s[(A \times B) \cup (A \times C)] = 24$$

olduğuna göre, $s(B \cup C)$ kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 12



$$s[(A \times B) \cup (A \times C)] = 24$$

$$s[A \times (B \cup C)] = 24$$

$$\underbrace{s(A)}_4 \times \underbrace{s(B \cup C)}_6 = 24$$

Cevap : C

2005 ÖSS

$$A = \{a, b, c, d\}$$

$$B = \{b, c, d, e, f, g, k, l\}$$

$$C = \{c, d, e, r\}$$

olduğuna göre, kartezyen çarpımlarının kesişimi olan $(A \times B) \cap (A \times C)$ kümesinin eleman sayısı kaçtır?

- A) 10 B) 12 C) 14 D) 16 E) 18



$$\begin{aligned} [(A \times B) \cap (A \times C)] &= s(A) \times s(B \cap C) \\ &= 4 \cdot 3 \\ &= 12 \end{aligned}$$

Cevap : B

Kartezyen Çarpımın Grafikleri

ÖRNEK - 5

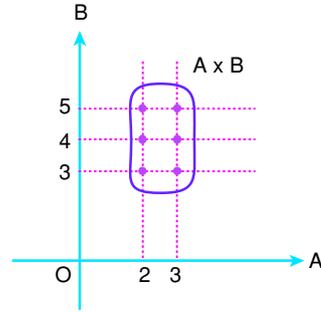
$A = \{2, 3\}$, $B = \{3, 4, 5\}$ olduğuna göre,

$A \times B$ ve $B \times A$ kümelerini analitik düzlemde gösterelim.



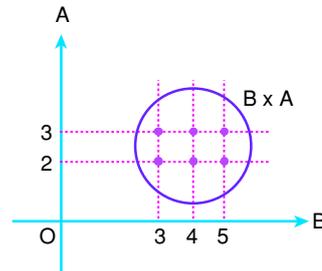
$$A \times B = \{2, 3\} \times \{3, 4, 5\} = \{(2, 3), (2, 4), (2, 5), (3, 3), (3, 4), (3, 5)\}$$

$A \times B$ nin grafiği çizilirken A kümesi yatay, B kümesi düşey eksenlerden alınır.



$A \times B$ nin grafiğinde $x = 2$ ve $x = 3$ doğrularıyla $y = 3$, $y = 4$ ve $y = 5$ doğrularının kesişimleri altı tane nokta oluşturur.

$B \times A$ nın grafiği çizilirken B kümesi yatay, A kümesi düşey eksenlerden alınır.



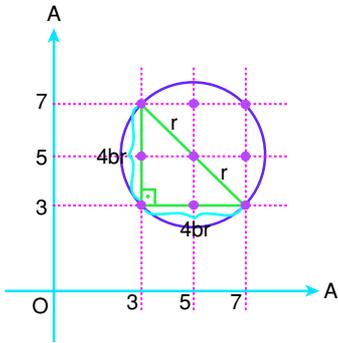
$B \times A$ nın grafiğinde $x = 3$, $x = 4$ ve $x = 5$ doğrularıyla $y = 2$ ve $y = 3$ doğrularının kesişimleri altı tane nokta oluşturur.

ÖRNEK - 6

$A = \{3, 5, 7\}$ kümesi veriliyor.

Buna göre, analitik düzlemde A^2 Kartezyen çarpımının elemanlarını dışarıda bırakmayan en küçük çemberin yarıçapı kaç birimdir?

- A) 2 B) $2\sqrt{2}$ C) 4 D) $4\sqrt{2}$ E) 8

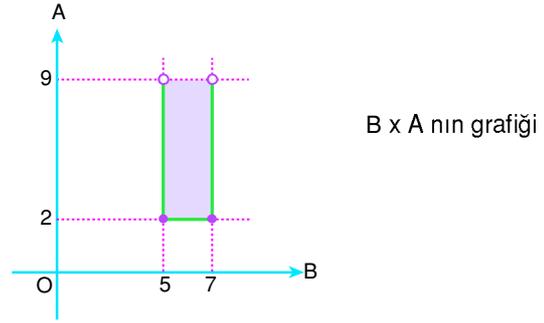
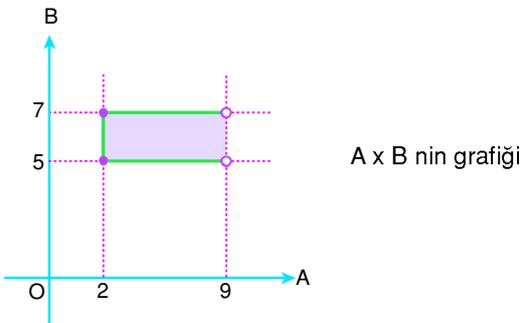


$R = 4\sqrt{2}$, $r = 2\sqrt{2}$ bulunur.

Cevap : B

ÖRNEK - 7

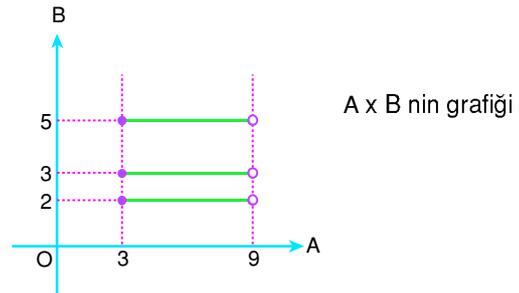
$A = [2, 9]$, $B = [5, 7]$ olmak üzere, $A \times B$ ve $B \times A$ nın grafiğini çizelim.



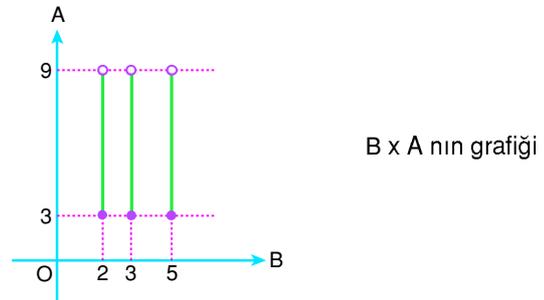
iki düzlemsel bölge kesiştiğinde düzlemsel bölgelerin kesiştiği bölgeler oluşur.

ÖRNEK - 8

$A = [3, 9]$, $B = \{2, 3, 5\}$ olmak üzere, $A \times B$ ve $B \times A$ nın grafiğini çizelim.



$A \times B$ kümesinde A kümesi sonsuz, B kümesi sonlu olduğundan B kümesindeki $y = 2$, $y = 3$ ve $y = 5$ doğruları A kümesindeki $x \in [3, 9]$ düzlemsel bölgesiyle yatay doğru parçaları şeklinde kesişirler.



$B \times A$ da B kümesindeki $x = 2$, $x = 3$ ve $x = 5$ doğruları A kümesindeki $y \in [3, 9]$ düzlemsel bölgesiyle dikey doğru parçaları şeklinde kesişirler.

ÖRNEK - 9

$$A = \{ x; 5 \leq x \leq 8, x \in \mathbb{Z} \}$$

$$B = \{ y; 1 \leq y \leq 3, y \in \mathbb{Z} \}$$

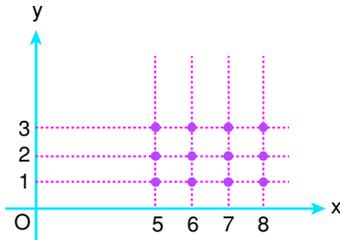
olduğuna göre, $s(A \times B)$ kaçtır?

- A) 4 B) 6 C) 12 D) 18 E) 24



$$A = \{ 5, 6, 7, 8 \}$$

$$B = \{ 1, 2, 3 \}$$



$$s(A \times B) = s(A) \cdot s(B) = 4 \cdot 3 = 12 \text{ bulunur.}$$

Cevap : C

ÖRNEK - 10

$$A = \{ x; 5 \leq x \leq 8, x \in \mathbb{R} \}$$

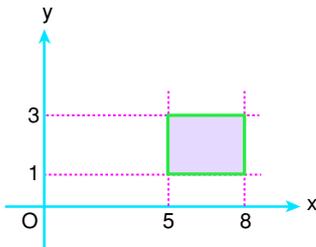
$$B = \{ y; 1 \leq y \leq 3, y \in \mathbb{R} \}$$

olduğuna göre, $A \times B$ kümesinin belirttiği dikdörtgenel bölgenin alanı kaç br^2 dir?

- A) 6 B) 8 C) 12 D) 15 E) 18



$$A = [5, 8], B = [1, 3]$$



Kenarları 3 br ve 2 br olan dikdörtgenel bölgenin alanı $3 \cdot 2 = 6 br^2$ dir.

Cevap : A

ÖRNEK - 11

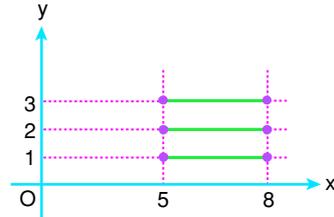
$$A = \{ x; 5 \leq x \leq 8, x \in \mathbb{R} \}$$

$$B = \{ y; 1 \leq y \leq 3, y \in \mathbb{Z} \}$$

olduğuna göre, $A \times B$ kümesinin grafiğini çizelim.

$$A = [5, 8]$$

$$B = \{ 1, 2, 3 \}$$



A kümesi $x \in [5, 8]$ aralığında sonsuz elemanlı bir düzlemsel bölge olduğundan B kümesindeki $y = 1$, $y = 2$ ve $y = 3$ doğruları kesişiminden doğru parçaları oluşur.

Bir çocuk üzgün görünen yabancıya gülümsedi. Adam kendini daha iyi hissetti. Geçmişte bir arkadaşının yaptığı bir iyiliği hatırladı ve ona teşekkür mektubu yazdı. Bu mektup arkadaşının öyle hoşuna gitti ki yemek yediği lokantada iyi bir bahşiş verdi. Bu bahşişin miktarına şaşırarak garson, paranın bir kısmını yolda gördüğü fakire verdi.

Fakir adam çok sevindi çünkü iki gündür ağzına bir lokma koymamıştı. Yemeği bittikten sonra kaldığı odaya gitmek üzere yola koyuldu. Yolda soğuktan titreyen bir köpek yavrusuna rastladı ve onu alıp eve götürdü. Soğuktan kurtulup başını sokacak yer bulduğu için köpekçik çok mutluydu.

Gece evde yangın çıktı. Köpek yavrusu havlamaya başladı. Bütün ev halkını uyandırana dek havladı ve böylece bütün ev halkı kurtuldu. Kurtulan çocuklardan birisi büyüdü ve cumhurbaşkanı oldu.

Bunların olmasını sağlayan ise bir kuruşa bile mal olmayan masum, sıcak ve içten bir GÜLÜMSEME idi.

1. $(2x + 1, 12) = (7, 3^y + 3)$
olduğuna göre, $x.y$ kaçtır?
A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

2. $(a, b^2 + 1, 3c - 1) = (5, 10, 20)$
olduğuna göre, $a + b + c$ **en az** kaçtır?
A) 9 B) 10 C) 12 D) 15 E) 18

3. $A = \{1, 2\}$
 $B = \{3, 4, 5\}$
olduğuna göre, $A \times B$ kümesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?
A) $\{(1, 3), (2, 4)\}$
B) $\{(1, 3), (1, 4), (2, 3), (2, 4)\}$
C) $\{(1, 3), (1, 4), (1, 5), (2, 3), (2, 4), (2, 5)\}$
D) $\{(1, 3), (2, 3)\}$
E) $\{(3, 1), (3, 2), (4, 1), (4, 2), (5, 1), (5, 2)\}$

4. $A = \{2, 3\}$
olduğuna göre, $A \times A$ kümesi aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\{(2, 2), (3, 3)\}$
B) $\{(2, 3), (3, 2)\}$
C) $\{(2, 2), (2, 3)\}$
D) $\{(3, 2), (3, 3)\}$
E) $\{(2, 2), (3, 3), (2, 3), (3, 2)\}$

5. $s(A) = 5$, $s(B) = 2$, $s(C) = 4$
olduğuna göre, $s(A \times B \times C)$ kaçtır?
A) 11 B) 15 C) 20 D) 36 E) 40

6. $s(A \times B \times C) = 36$
 $s(A \times B) = 12$
 $s(A \times A) = 4$
olduğuna göre, $s(B) - s(C)$ kaçtır?
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

7. $A = \{x; |x| < 4, x \in \mathbb{N}\}$
 $B = \{y; \sqrt{y} < 3, y \in \mathbb{Z}\}$
olduğuna göre, $s(A \times B)$ kaçtır?
A) 12 B) 16 C) 18 D) 30 E) 36

8. $s(A \cap B) = 7$
 $s(A \cup B) = 8$
olduğuna göre, $s(A \times B)$ kaçtır?
A) 42 B) 48 C) 49 D) 56 E) 63

9. $s(A \cup B) = 10$
 $s(A \cap B) = 4$
olduğuna göre, $s(A \times B)$ en fazla kaçtır?
 A) 24 B) 30 C) 36 D) 48 E) 49

10. $s(A \times B) = 120$
olduğuna göre, $s(A \times A)$ aşağıdakilerden hangisi olamaz?
 A) 4 B) 9 C) 25 D) 36 E) 49

11. **Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?**
 A) $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$
 B) $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$
 C) $A \times (B - C) = (A \times B) - (A \times C)$
 D) $(B \cup C) \times A = (A \times B) \cup (A \times C)$
 E) $(B \cap C) \times A = (B \times A) \cap (C \times A)$

12. $A \times B = \{ (2, 5), (2, 6), (3, 5), (3, 6) \}$
 $B \times C = \{ (5, 1), (5, 2), (5, 4), (6, 1), (6, 2), (6, 4) \}$
olduğuna göre, $s((B \times A) \cup (B \times C))$ kaçtır?
 A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

13. $A \times B = \{ (1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 2), (2, 3), (2, 4) \}$
olduğuna göre, $s((A \times B) - (A \times A))$ kaçtır?
 A) 1 B) 2 C) 4 D) 6 E) 8

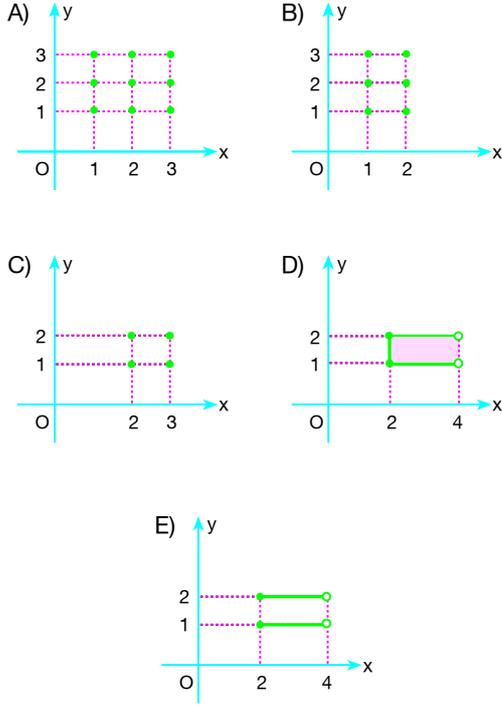
14. $A = \{a, b, c, d\}$
 $B = \{b, c, d, e\}$
 $C = \{e, f, g\}$
olduğuna göre, $s[(A \times C) \cap (B \times C)]$ kaçtır?
 A) 4 B) 6 C) 8 D) 9 E) 12

15. $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$
 $B = \{3, 4, 5, 6\}$
 $C = \{5, 6, 7, 8\}$
olduğuna göre, $s[(A \times B) - (A \times C)]$ kaçtır?
 A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

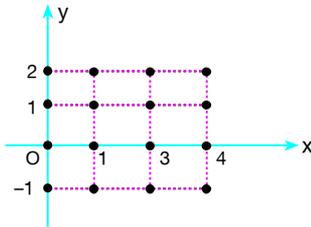
16. $B \not\subset A$ olmak üzere,
 $C = \{1, 2, 3\}$
 $s[(A \times C) \cup (B \times C)] = 24$
olduğuna göre, $s(A)$ en fazla kaçtır?
 A) 2 B) 4 C) 5 D) 7 E) 8

1. $A = \{x; 2 \leq x < 4, x \in \mathbb{N}\}$
 $B = \{y; 1 \leq y \leq 2, y \in \mathbb{N}\}$

olduğuna göre, $A \times B$ kümesinin analitik düzlemdeki gösterimi aşağıdakilerden hangisidir?



2.

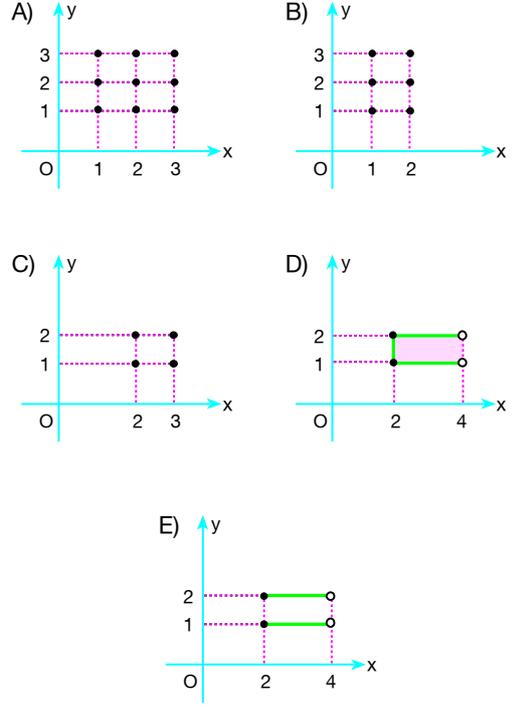


Yukarıdaki grafik $B \times A$ kümesine ait olduğuna göre, $A - B$ kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

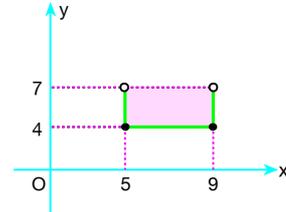
- A) $\{-1, 0, 1, 2\}$ B) $\{-1, 0\}$ C) $\{-1, 2\}$
 D) $\{2, 3, 4\}$ E) $\{3, 4\}$

3. $A = \{x; 2 \leq x < 4, x \in \mathbb{R}\}$
 $B = \{y; 1 \leq y \leq 2, y \in \mathbb{R}\}$

olduğuna göre, $A \times B$ kümesinin analitik düzlemdeki gösterimi aşağıdakilerden hangisidir?



4.



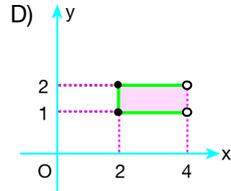
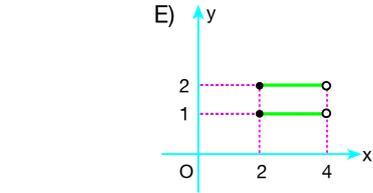
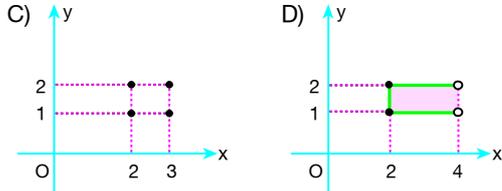
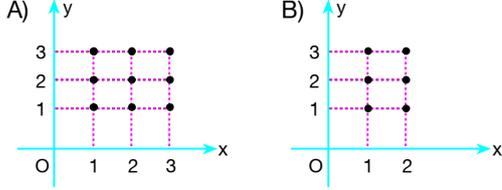
Yukarıdaki grafik $A \times B$ kümesine ait olduğuna göre, $A - B$ kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $[4, 9]$ B) $[4, 5]$ C) $[4, 5]$
 D) $(7, 9]$ E) $[7, 9]$

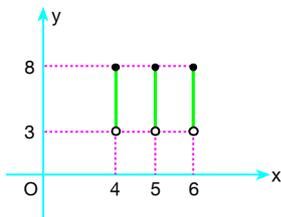
5. $A = \{x; 2 \leq x < 4, x \in \mathbb{R}\}$

$B = \{y; 1 \leq y \leq 2, y \in \mathbb{Z}\}$

olduğuna göre, $A \times B$ kümesinin analitik düzlemdeki gösterimi aşağıdakilerden hangisidir?



6.



Yukarıdaki grafik $A \times B$ kümesine ait olduğuna göre, A kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) {4, 5, 6} B) [4, 6] C) [3, 8]
D) {3, 8} E) (3, 8)

7. $A = \{x | 2 \leq x \leq 7, x \in \mathbb{R}\}$

$B = \{x | -2 \leq x \leq 10, x \in \mathbb{R}\}$

olduğuna göre, $A \times B$ nin belirttiği bölgenin alanı kaç br^2 dir?

- A) 30 B) 40 C) 50 D) 60 E) 70

8. $A = [2, 5]$

olduğuna göre, $A \times A$ nın belirttiği bölgenin alanı kaç br^2 dir?

- A) 4 B) 6 C) 9 D) 12 E) 25

9. $A = \{2, 5, 8\}$

$B = \{1, 7\}$

olduğuna göre, $A \times B$ kümesinin noktalarını dışarıda bırakmayan en küçük çaplı çemberin yarıçapı kaç birimdir?

- A) 2 B) 3 C) $3\sqrt{2}$ D) 6 E) $6\sqrt{2}$

10. $A = \{x; |x + 1| \leq 5, x \in \mathbb{R}\}$

$B = \{y; y^2 \leq 36, y \in \mathbb{R}\}$

olduğuna göre, $A \times B$ nin belirttiği bölgenin alanı kaç br^2 dir?

- A) 30 B) 60 C) 80 D) 90 E) 120