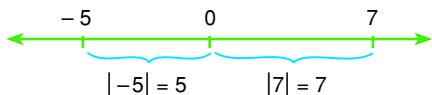


## MUTLAK DEĞER

### MUTLAK DEĞER

#### TANIM

Bir sayının başlangıç noktasına uzaklığuna o sayıının mutlak değeri denir.



-5 sayısının başlangıç noktasına uzaklığı  $| -5 | = 5$  birimdir.

7 sayısının başlangıç noktasına uzaklığı  $| 7 | = 7$  birimdir.

$$| x | = \begin{cases} x & , \quad x \geq 0 \text{ ise} \\ -x & , \quad x \leq 0 \text{ ise} \end{cases}$$

- ✓ Mutlak değer içindeki sayı pozitif ise dışarıya aynen çıkar, negatif ise önüne (-) işaretini alıp yanısıra değiştirmek.

Örneğin;

$$\begin{aligned} | 3 | &= 3 \\ | -8 | &= -(-8) = 8 \\ a > 0 \text{ ise } | a | &= a \\ a < 0 \text{ ise } | a | &= -a \end{aligned}$$

(2011 - YGS)

$$|-1-3| + |-2+4|$$

İşleminin sonucu kaçtır?

- A) 8      B) 10      C) 6      D) 4      E) 2



$$|-1-3| + |-2+4| = |-4| + |2| = 4 + 2 = 6$$

Cevap : C

#### ÖRNEK - 1

$x < 0$  olmak üzere,

$$| 3x | + | 2x | + | x |$$

İşleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $-6x$     B)  $-4x$     C)  $-2x$     D)  $2x$     E)  $6x$



$| 3x | + | 2x | + | x |$  ifadesinde mutlak değerlerin içi negatif olduğundan ifadeler dışarıya işaret değiştirerek çıkarlar.

$$| 3x | + | 2x | + | x | = -3x - 2x - x = -6x$$

Cevap : A

#### ÖRNEK - 2

$x > 0$  olmak üzere,

$| 3x | + | 2x | + | x |$  işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $-6x$     B)  $-4x$     C)  $-2x$     D)  $2x$     E)  $6x$



$| 3x | + | 2x | + | x |$  ifadesinde mutlak değerlerin içi pozitif olduğundan ifadeler dışarıya aynen çıkarlar.

$$| 3x | + | 2x | + | x | = 3x + 2x + x = 6x$$

Cevap : E

## MUTLAK DEĞER

### ÖRNEK - 3

$a < 0 < b$  olmak üzere,  
 $|a| + |2b|$  ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $a + 2b$       B)  $a - 2b$       C)  $-a + 2b$   
D)  $-a - 2b$       E) 0



$|a|$  ifadesinde mutlak değerin içi negatif olduğundan dışarıya işaret değiştirerek çıkar.

$|a| = -a$   
 $|2b|$  ifadesinde mutlak değerin içi pozitif olduğundan dışarıya aynen çıkar.  
 $|2b| = 2b$   
 $|a| + |2b| = -a + 2b$  bulunur.

Cevap : C

### ÖRNEK - 4

$|x - 2| = x - 2$   
 $|2x - 16| = 16 - 2x$   
olduğuna göre,  $x$  in alabileceği tam sayı değerleri toplamı kaçtır?



$|x - 2| = x - 2$  ifadesinde mutlak değer içindeki ifade mutlak değer dışına aynen çıktıgı için  
 $x - 2 \geq 0$ ,  $x \geq 2$  olur.

$|2x - 16| = 16 - 2x$  ifadesinde mutlak değer içindeki ifade mutlak değer dışına işaret değiştirerek çıktıgı için,  
 $2x - 16 \leq 0$ ,  $x \leq 8$  olur.  
 $2 \leq x \leq 8$  olduğundan  $x$  in alabileceği tam sayı değerleri toplamı  
 $2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 = 35$  bulunur.

### ÖRNEK - 5

$a < b < 0 < c$  olmak üzere,  
 $|a| + |-b| + |-c|$  ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $-a - b - c$       B)  $-a - b + c$       C)  $-a + b + c$   
D)  $a + b - c$       D)  $a + b + c$



$|a|$  ifadesinin içi negatif olduğundan dışarıya işaret değiştirerek çıkar.  $|a| = -a$

$|-b|$  ifadesinin içi pozitif olduğundan dışarıya aynen çıkar.  $|-b| = -b$

$|-c|$  ifadesinin içi negatif olduğundan dışarıya işaret değiştirerek çıkar.

$|-c| = -(-c) = c$

$|a| + |-b| + |-c| = -a - b + c$

Cevap : B

### ÖRNEK - 6

$a < b < 0 < c$  olmak üzere,  
 $|a + b| + |c - a| + |b - c|$  ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $-2a - 2b + 2c$       B)  $2a - 2b + 2c$   
C)  $2a + 2b + 2c$       D)  $2b - 2c$   
E)  $2c - 2b$



$|a + b|$  ifadesinin içi negatif olduğundan dışarıya işaret değiştirerek çıkar.  $|a + b| = -a - b$

$|c - a|$  ifadesinin içi pozitif olduğundan dışarıya aynen çıkar.  $|c - a| = c - a$

$|b - c|$  ifadesinin içi negatif olduğundan dışarıya işaret değiştirerek çıkar.  $|b - c| = -b + c$

$|a + b| + |c - a| + |b - c| = -a - b + c - a - b + c$   
 $= -2a - 2b + 2c$  bulunur.

Cevap : A

## MUTLAK DEĞER

### KURAL

Kökün derecesi çift ise kökten çıkan ifade mutlak değerde çıkar. Kökün derecesi tek ise kökten çıkan ifade aynen çıkar.  
n pozitif tamsayı olmak üzere,

$$\sqrt[2n]{x^{2n}} = |x|$$

$$\sqrt[2n+1]{x^{2n+1}} = x$$

Örneğin;

$$\sqrt[4]{(-5)^4} = |-5| = 5$$

$$\sqrt[3]{(-5)^3} = -5$$

### ÖRNEK - 7

$a < b < 0 < c$  olmak üzere,

$\sqrt{a^2} + \sqrt[3]{b^3} + \sqrt[4]{c^4}$  ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $-a - b - c$       B)  $-a - b + c$       C)  $a - b + c$   
D)  $-a + b + c$       E)  $a + b + c$



$$\begin{aligned}\sqrt{a^2} + \sqrt[3]{b^3} + \sqrt[4]{c^4} &= |a| + b + |c| \\ &= -a + b + c\end{aligned}$$

Cevap : D

### ÖRNEK - 8

$a < b$  olmak üzere,

$\sqrt{(a-b)^2} + \sqrt[3]{(a-b)^3}$  ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 0      B) 2a      C) 2b  
D)  $2a - 2b$       E)  $2b - 2a$



$$\begin{aligned}\sqrt{(a-b)^2} + \sqrt[3]{(a-b)^3} &= |a-b| + a-b \\ (|a-b| \text{nin içi negatiftir.}) |a-b| &= -a+b \\ &= -a+b+a-b \\ &= 0\end{aligned}$$

Cevap : A

### ÖZELLİKLER

#### NOT :

x in bütün reel sayı değerleri için  $|x| \geq 0$  dır.

### ÖRNEK - 9

x bir reel sayı olmak üzere,

$|x-4| + 5$  ifadesinin alabileceği en küçük değer kaçtır?

- A) 3      B) 4      C) 5      D) 6      E) 7



Mutlak değerin alabileceği en küçük değer 0 dır. Buna göre,  $|x-4| + 5$  ifadesi  $x = 4$  için  $|4-4| + 5 = 5$  bulunur.

Cevap : C

#### NOT :

$|x_1| + |x_2| + \dots + |x_n| = 0$  ise,  
 $x_1 = x_2 = x_3 = \dots = x_n = 0$  dır.

### ÖRNEK - 10

x ve y reel sayı olmak üzere,

$|x-y-5| + |x+y-13| = 0$  olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 5      B) 6      C) 7      D) 8      E) 9

## MUTLAK DEĞER



$$|x - y - 5| + |x + y - 13| = 0$$

0                    0

$$\begin{array}{r} x - y - 5 = 0 \\ + x + y - 13 = 0 \\ \hline 2x - 18 = 0 \\ x = 9 \end{array}$$

bulunur.

Cevap : E



$$|x| = |-x|$$

Örneğin;

$$|7 - 5| = |5 - 7|$$

$$|a - b| = |b - a|$$

$$|a + b| = |-a - b|$$

KURAL

$$|xy| = |x| \cdot |y| \text{ dir.}$$

$y \neq 0$  olmak üzere,

$$\left| \frac{x}{y} \right| = \frac{|x|}{|y|} \text{ dir.}$$

Örneğin;

$$|x^2 - 9| = |(x - 3)(x + 3)| = |x - 3| \cdot |x + 3|$$

$$\left| \frac{x - 5}{x + 3} \right| = \frac{|x - 5|}{|x + 3|}$$



$$|x^n| = |x|^n \text{ dir.}$$

Örneğin;

$$|x^2| = |x|^2$$

$$|x^2 - 6x + 9| = |(x - 3)^2| = |x - 3|^2$$



$$|x + y| \leq |x| + |y| \text{ dir.}$$

KURAL

a pozitif reel sayı olmak üzere,

$$|x| = a \text{ ise } x = a \text{ veya } x = -a \text{ olur.}$$

ÖRNEK - 11

$|x - 5| = -8$  denkleminin çözüm kümesi nedir?

- A)  $\{-3\}$       B)  $\{-3, 13\}$       C)  $[-8, 13]$   
D)  $\{5, 8\}$       E)  $\emptyset$



Mutlak değerin sonucu hiçbir zaman negatif olamaz.

Cevap : E

ÖRNEK - 12

$|x - 8| = 10$  denkleminin çözüm kümesi nedir?

- A)  $\{-2, 18\}$       B)  $\{-2, -18\}$       C)  $\{8, 10\}$   
D)  $\{2, 18\}$       E)  $\{10\}$



$$|10| = 10 \text{ ve } |-10| = 10 \text{ olur.}$$

Yani mutlak değerin sonucunun 10 çıkabilmesi için mutlak değer içi 10 veya  $-10$  olmalıdır.

$$\begin{array}{ll} |x - 8| = 10 & \\ x - 8 = 10 & x - 8 = -10 \\ x = 18 & x = -2 \\ \text{Ç.K} = \{-2, 18\} & \end{array}$$

Cevap : A

## MUTLAK DEĞER

### ÖRNEK - 13

$|x - 3| - 5 = 9$  denkleminin çözüm kümesi nedir?

- A)  $\{-11\}$       B)  $\{-11, 17\}$       C)  $\{-3, 15\}$   
 D)  $\{-11, -1, 7, 17\}$       E)  $\{-3, -1, 7, 15\}$



$|x - 3| - 5 = 9$  ifadesinde mutlak değerin içi 9 veya -9 olabilir.

$$\begin{aligned} & |x - 3| - 5 = 9 \\ \Rightarrow & |x - 3| - 5 = 9 \quad |x - 3| - 5 = -9 \\ \Rightarrow & |x - 3| = 14 \quad |x - 3| = -4 \\ \Rightarrow & x - 3 = 14 \quad x - 3 = -14 \\ \Rightarrow & x = 17 \quad x = -11 \\ & \text{mutlak değerin sonucu negatif olamaz.} \end{aligned}$$

$\mathcal{C}. K = \{-11, 17\}$

Cevap : B

### ÖRNEK - 14

$|3x - 8| = |x + 2|$  denklemini sağlayan x değerlerinin toplamı kaçtır?

- A) 3      B) 5      C)  $\frac{11}{2}$       D)  $\frac{13}{2}$       E)  $\frac{20}{3}$



$$\begin{aligned} & |3x - 8| = |x + 2| \\ \Rightarrow & 3x - 8 = x + 2 \quad 3x - 8 = -x - 2 \\ \Rightarrow & 2x = 10 \quad 4x = 6 \\ \Rightarrow & x = 5 \quad x = \frac{3}{2} \\ & 5 + \frac{3}{2} = \frac{13}{2} \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Cevap : D

### ÖRNEK - 15

$|x - 8| = 2x - 6$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\left\{\frac{14}{3}\right\}$       B)  $\left\{-2, \frac{14}{3}\right\}$       C)  $\{-2, 4\}$   
 D)  $\{1, 3\}$       E)  $\left\{3, \frac{15}{2}\right\}$



$$\begin{aligned} & |x - 8| = 2x - 6 \\ \Rightarrow & x - 8 = 2x - 6 \quad x - 8 = -2x + 6 \\ \Rightarrow & x = -2 \quad x = \frac{14}{3} \end{aligned}$$

Bulunan değerlerden,  $x = -2$  değeri denklemi sağlamadığından,

$\mathcal{C}. K = \left\{\frac{14}{3}\right\}$  bulunur.

Cevap : A

### ÖRNEK - 16

$x$  reel sayı olmak üzere,  
 $|x^2 - 9| = |x + 3|$  olduğuna göre,  $x$  in alabileceği değerler toplamı kaçtır?



$$\begin{aligned} & |x^2 - 9| = |x + 3| \\ \Rightarrow & |(x - 3)(x + 3)| = |x + 3| \\ \Rightarrow & |x - 3| \cdot |x + 3| = |x + 3| \\ \Rightarrow & |x - 3| \cdot |x + 3| - |x + 3| = 0 \\ \Rightarrow & |x + 3| \cdot (|x - 3| - 1) = 0 \\ \Rightarrow & |x + 3| = 0 \quad |x - 3| - 1 = 0 \\ \Rightarrow & x + 3 = 0 \quad |x - 3| = 1 \\ \Rightarrow & x = -3 \quad x - 3 = 1 \quad , \quad x - 3 = -1 \\ & -3 + 4 + 2 = 3 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

## MUTLAK DEĞER

### KURAL

a pozitif reel sayı olmak üzere;  
 $|x| < a$  ise  $-a < x < a$  olur.

### ÖRNEK - 19

$|3x + 7| \leq 16$  eşitsizliğini sağlayan kaç farklı x tamsayısı vardır?

- A) 5      B) 6      C) 7      D) 9      E) 11



$$|3x + 7| \leq 16 \text{ ise } -16 \leq 3x + 7 \leq 16$$

$$-23 \leq 3x \leq 9$$

$$\frac{-23}{3} \leq x \leq 3$$

$$\underline{-7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3}$$

11 tane

Cevap : E

### ÖRNEK - 17

$|x| < -5$  eşitsizliğinin çözüm kümesi nedir?

- A)  $(-5, 5)$       B)  $[-5, 5]$       C)  $x > -5$   
D)  $x < 5$       E)  $\emptyset$



Mutlak değerin sonucu negatif çıkmayacağından hiçbir zaman  $|x|$  ifadesi  $-5$  ten küçük olamaz.

Cevap : E

### ÖRNEK - 18

$|x| < 3$  eşitsizliğini sağlayan kaç farklı x tamsayısı vardır?

- A) 1      B) 3      C) 5      D) 6      E) 7



$|x| < 3$  ise  $-3 < x < 3$  olur.

$$\underline{-2, -1, 0, 1, 2}$$

5 tane

Cevap : C

### (2011 LYS)

x bir gerçek sayı ve  $|x| \leq 4$  olmak üzere,  
 $2x + 3y = 1$

eşitliğini sağlayan y tamsayı değerlerinin toplamı kaçtır?

- A) -1      B) 0      C) 1      D) 2      E) 3



$$|x| \leq 4$$

$$-4 \leq x \leq 4$$

$$2x + 3y = 1 \quad \quad \quad -8 \leq 2x \leq 8$$

$$2x = 1 - 3y \quad \quad \quad -8 \leq 1 - 3y \leq 8$$
$$-9 \leq -3y \leq 7$$

$$3 \geq y \geq \frac{-7}{3}$$

$$y \text{ değerleri toplamı } 3 + 2 + 1 + 0 - 1 - 2 = 3$$

Cevap : E

## MUTLAK DEĞER

### KURAL

a pozitif reel sayı olmak üzere,  
 $|x| > a$  ise  $x > a$  veya  $x < -a$  olur.

### ÖRNEK - 20

$|x| > -3$  eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $(-\infty, -3)$       B)  $(-\infty, 3)$       C)  $(-3, \infty)$   
D)  $(-3, 3)$       E)  $(-\infty, \infty)$



Mutlak değerin sonucu sıfır ya da pozitif çıkacağından  
 $|x|$  ifadesi her zaman  $-3$  ten büyük olur.

Cevap : E

### ÖRNEK - 21

$|x| > 5$  eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $(-\infty, \infty)$       B)  $(5, \infty)$       C)  $(-\infty, 5)$   
D)  $(-5, 5)$       E)  $(-\infty, -5) \cup (5, \infty)$



$|x| > 5$  ise  $x > 5$  veya  $x < -5$  olur.

$$\mathcal{C}.K = (-\infty, -5) \cup (5, \infty)$$

Cevap : E

### ÖRNEK - 22

$|2x - 3| > 13$  eşitsizliğini sağlayan en küçük doğal sayı ile en büyük negatif tam sayının toplamı kaçtır?

- A) -3      B) -1      C) 1      D) 3      E) 6



$|2x - 3| > 13$  ise

$$\begin{array}{ll} 2x - 3 > 13 & \text{veya} \\ x > 8 & \text{veya} \\ \downarrow & \\ 9 & \\ -6 + 9 = 3 & \text{bulunur.} \end{array} \quad \begin{array}{ll} 2x - 3 < -13 & \\ x < -5 & \\ \downarrow & \\ -6 & \end{array}$$

Cevap : D

### ÖRNEK - 23

$3 < |x| < 8$  eşitsizliğini sağlayan kaç farklı x tam sayısı vardır?

- A) 4      B) 6      C) 8      D) 10      E) 12



$3 < |x| < 8$  eşitsizliğinde x yerine 3 ve 8 arasındaki sayılar ve  $-8$  veya  $-3$  arasındaki sayıları yazabiliriz.

$$\begin{array}{ll} 3 < x < 8 & \text{veya} \\ \downarrow & \\ -7, -6, -5, -4, 4, 5, 6, 7 & \\ \hline 8 \text{ tane} & \end{array}$$

Cevap : C

## MUTLAK DEĞER

### ÖRNEK - 24

$|x - 5| + 2x - 1 = 12$  denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) {5, 12}      B) {5, 19}      C) {6, 19}  
 D) {5}      E) {6}



Kritik nokta  $x - 5 = 0 \Rightarrow x = 5$



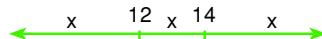
$$\begin{array}{ll} x \leq 5 \text{ ise} & x \geq 5 \text{ ise} \\ |x - 5| + 2x - 1 = 12 & |x - 5| + 2x - 1 = 12 \\ -x + 5 + 2x - 1 = 12 & x - 5 + 2x - 1 = 12 \\ x + 4 = 12 & 3x - 6 = 12 \\ x = 8 & x = 6 \\ x \leq 5 \text{ olduğundan } x = 8 \text{ olamaz} & x \geq 5 \text{ olduğundan } x = 6 \text{ olabilir.} \end{array}$$

$$\mathcal{C.K} = \{6\}$$

Cevap : E



Kritik noktalar;  $x - 12 = 0, x = 12, x - 14 = 0, x = 14$



$x \leq 12$  ise

$$-x + 12 - x + 14 = 20$$

$$x = 3 \text{ olur}$$

$12 \leq x \leq 14$  ise

$$x - 12 - x + 14 = 20$$

$$2 = 20$$

Bu aralıktaki denklemi sağlayan  $x$  değeri yoktur.

$x \geq 14$  ise

$$x - 12 + x - 14 = 20$$

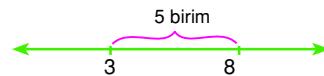
$$x = 23 \text{ olur.}$$

$$\mathcal{C.K} = \{3, 23\}$$



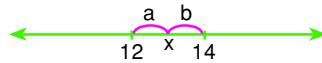
$|a - b|$  ifadesi sayı doğrusunda  $a$  ile  $b$  arasındaki uzaklığı demektir.

$|3 - 8|$  demek sayı doğrusunda 3 ile 8 arasındaki uzaklığıdır.



O halde,

$|x - 12| + |x - 14| = 20$  denkleminde  
 $|x - 12|$  ifadesi  $x$  in 12 ye uzaklığını  
 $|x - 14|$  ifadesi  $x$  in 14 e uzaklığınıdır.



$x$  sayısı 12 ile 14 arasında olamaz.

Çünkü yukarıdaki sayı doğrusunda  $x$  sayısını 12 ile 14 arasında alduğumuzda  $x$  in 12 ye uzaklığının  $a$ ,  $x$  in 14 e uzaklığının  $b$  dersek  $\frac{|x - 12| + |x - 14|}{a+b} = 20$

$$\frac{a+b}{2} = 20$$

$$2 \neq 20$$

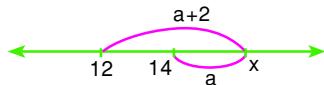
### ÖRNEK - 25

$|x - 12| + |x - 14| = 20$  denklemi sağlayan  $x$  değerleri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) {3}      B) {3, 5}      C) {3, 23}  
 D) [3, 23]      E) [12, 14]

## MUTLAK DEĞER

12 ve 14 arasında hangi x değeri alırsak alalım  
 $|x - 12| + |x - 14| = 2$  çıkar. O halde x sayısı 12 ile 14 arasında olamaz.



x sayısı 14 ten büyük olsun.

$$x \text{ sayısının } 12 \text{ ye uzaklığı} = |x - 12| = a + 2$$

$$x \text{ sayısının } 14 \text{ e uzaklığı} = |x - 14| = a$$

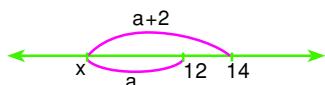
$$|x - 12| + |x - 14| = 20$$

$$a + 2 + a = 20$$

$$2a + 2 = 20$$

$$a = 9$$

$$x = 14 + a = 14 + 9 = 23 \text{ bulunur.}$$



x sayısı 12 den küçük olsun.

$$x \text{ sayısının } 14 \text{ e uzaklığı} = |x - 14| = a + 2$$

$$x \text{ sayısının } 12 \text{ ye uzaklığı} = |x - 12| = a$$

$$|x - 14| + |x - 12| = 20$$

$$a + 2 + a = 20$$

$$a = 9$$

$$x = 12 - a = 12 - 9 = 3 \text{ bulunur.}$$

$$\mathcal{C.K} = \{3, 23\}$$

Cevap : C

### ÖRNEK - 26

$$|x - 3| + |15 - 5x| = 24$$

denklemi sağlayan x değerleri toplamı kaçtır?

- A) 6      B) 8      C) 10      D) 12      E) 15



$$|x - 3| + |15 - 5x| = 24$$

$$|x - 3| + 5|3 - x| = 24$$

$|a - b| = |b - a|$  olduğundan

$|3 - x| = |x - 3|$  olur.

$$|x - 3| + 5|x - 3| = 24$$

$$6|x - 3| = 24$$

$$|x - 3| = 4$$

$$x - 3 = 4 \quad x - 3 = -4$$

$$x = 7 \quad x = -1$$

$$-1 + 7 = 6 \text{ bulunur.}$$

Cevap : A

### ÖRNEK - 27

$|x - 8| + |x - 13|$  ifadesinin alabileceği en küçük değer kaçtır?

- A) 3      B) 5      C) 8      D) 13      E) 21



$|x - 8|$ , x in 8 e uzaklığı

$|x - 13|$ , x in 13 e uzaklığı demektir.



x in 8 ve 13 sayılarına uzaklıklarını toplamının en küçük değeri bulunurken x in 8 ve 13 arasında ya da üzerinde olması gereklidir.

x sayısı 8 ve 13 arasında seçilirse x in 8 ve 13 sayılarına uzaklıklarını toplamı her zaman 5 olacaktır.

## MUTLAK DEĞER



$|x - 8| + |x - 13|$  ifadesinde kritik noktalar ifadede yerine yazılabılır.

$$x = 8 \text{ için } |8 - 8| + |8 - 13| = 5$$

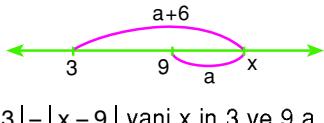
$$x = 13 \text{ için } |13 - 8| + |13 - 13| = 5$$

Cevap : B

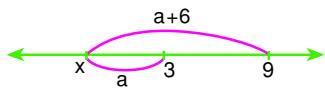
### ÖRNEK - 28

$|x - 3| - |x - 9|$  ifadesinin alabileceği kaç farklı tamsayı değeri vardır?

- A) 3      B) 5      C) 6      D) 12      E) 13



$|x - 3| - |x - 9|$  yani  $x$  in 3 ve 9 a uzaklıklar farkının en büyük değeri bulunurken  $x$  sayısını 9 un sağında alırız. Şekilden  $\frac{|x - 3|}{a+6} - \frac{|x - 9|}{a} = 6$  görülmektedir.



$|x - 3| - |x - 9|$  yani  $x$  in 3 ve 9 a uzaklıklar farkının en küçük değeri bulunurken  $x$  sayısını 3 ün solunda alırız. Şekilden  $\frac{|x - 3|}{a} - \frac{|x - 9|}{a+6} = -6$  bulunur.

$|x - 3| - |x - 9|$  en fazla 6, en az -6 olduğundan

$$-6 \leq |x - 3| - |x - 9| \leq 6 \text{ olur.}$$

$$\underline{-6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6}$$

13 tane



$|x - 3| - |x - 9|$  ifadesinde kritik noktalar denklemde yerine yazılırsa,

$$x = 3 \text{ için; } |3 - 3| - |3 - 9| = -6$$

$$x = 9 \text{ için; } |9 - 3| - |9 - 9| = 6$$

en küçük ve en büyük değerler bulunur.

$$-6 \leq |x - 3| - |x - 9| \leq 6$$

13 tane tamsayı değeri olur.

Cevap : E

### ÖRNEK - 29

$|x - 5| > |3 - x|$  eşitsizliğinin çözüm kümesi nedir?

- A)  $(-\infty, \infty)$       B)  $(-\infty, -4)$       C)  $(-\infty, 4)$   
D)  $(-4, 4)$       E)  $(0, \infty)$



Mutlak değerli eşitsizliklerde her iki tarafın kareleri alınır.

$$(|x - 5|)^2 > |(3 - x)|^2$$

$$x^2 - 10x + 25 > 9 + x^2 - 6x$$

$$-10x + 25 > 9 - 6x$$

$$16 > 4x$$

$$4 > x$$

Cevap : C

**1.** 
$$\frac{| -10 - | -4 ||}{-| -2 |}$$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -7    B) -3    C) -1    D) 1    E) 5

**2.**  $x = -3$  için  $|x - 4| - |x + 1|$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -2    B) 1    C) 3    D) 5    E) 9

**3.**  $x = -5$  için  $2x + |x - 3| - |1 - x^2|$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -26    B) -22    C) -10    D) 4    E) 12

**4.**  $a < b < 0$  olmak üzere,

$$|a - b| + |b - a| + |a + b|$$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $3b - 3a$     B)  $3a - 3b$     C)  $b - 3a$   
 D)  $2b - a$     E)  $2b - 3a$

**5.**  $a + 3 = b$  olmak üzere,

$$|a - b| + |b - a|$$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 0    B) 2    C) 3    D) 4    E) 6

**6.**  $a < 0 < b$  olmak üzere,

$$\frac{|a| + |b|}{|a - b|}$$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A)  $-a$     B)  $-b$     C)  $-1$     D) 1    E)  $a+b$

**7.**  $x < 0$  olmak üzere,

$$\frac{|x - |2x - 4|| + x}{x - 2}$$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -4    B) -2    C) -1    D) 1    E) 2

**8.**  $a < b < c < d$  olmak üzere,

$a, b, c$  ve  $d$  ardışık tek sayılardır.

Buna göre,

$$\frac{|a - d| + |c - a|}{|b - c|}$$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 1    B)  $\frac{7}{3}$     C)  $\frac{7}{2}$     D) 5    E) 6

9.  $a < b < 0 < c$  olmak üzere,

$$|2a| + |-b| + |c|$$

ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $2a - b + c$   
 B)  $2a - b - c$   
 C)  $b - 2a + c$   
 D)  $2a + b + c$   
 E)  $c - 2a - b$

10.  $x < 0$  olmak üzere,

$$|-5x - (|-2x - |3x||)|$$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $-6x$   
 B)  $-4x$   
 C)  $-3x$   
 D)  $-2x$   
 E)  $2x$

11.  $x < 0$  olmak üzere,

$$|-5x| - |-2x| + |x| = 12$$

olduğuna göre,  $x + 1$  kaçtır?

- A)  $-5$   
 B)  $-2$   
 C)  $0$   
 D)  $2$   
 E)  $5$

12. a ve b röel sayılardır.

$$\frac{|-a| - |a|}{|a - b| + 1}$$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $-\frac{2a}{a - b + 1}$   
 B)  $-\frac{2a}{b - a + 1}$   
 C)  $0$   
 D)  $\frac{2a}{a - b + 1}$   
 E)  $\frac{2a}{b - a + 1}$

13.  $x \cdot y < 0$  ve  $x = |x|$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi daima doğrudur?

- A)  $x + y > 0$   
 B)  $x + y < 0$   
 C)  $x + y = 0$   
 D)  $x - y > 0$   
 E)  $y - x > 0$

14.  $x = |x|$  ve  $|y| > y$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi kesinlikle doğrudur?

- A)  $x \cdot y = 0$   
 B)  $x \cdot y > 0$   
 C)  $x \cdot y < 0$   
 D)  $x \cdot y \geq 0$   
 E)  $x \cdot y \leq 0$

15. a, b ve c pozitif röel sayılardır.

$$|a - b| = b - a$$

$$|b - c| = c - b$$

olduğuna göre,  $\frac{b+c}{a}$  aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A)  $\frac{1}{5}$   
 B)  $\frac{3}{4}$   
 C)  $\frac{3}{2}$   
 D)  $\frac{5}{3}$   
 E)  $\frac{9}{4}$

16.  $|2 - \sqrt{6}| + |3 - \sqrt{6}|$

işleminin sonucu kaçtır?

- A)  $-2$   
 B)  $-1$   
 C)  $0$   
 D)  $1$   
 E)  $2\sqrt{6}$

1.  $a < b < 0$  olmak üzere,

$$|a - b| + |a + b| + a$$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $-3a$       B)  $-a$       C)  $-b$   
 D)  $-2b + a$       E)  $-2b + 3a$

2.  $a < 0 < b$  olmak üzere,

$$\frac{4a^2 + 4|ab| + b^2}{|2a - b|}$$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $2a - b$       B)  $b - 2a$       C)  $-1$   
 D) 1      E)  $b$

3.  $|x| = -x$  olmak üzere,

- I.  $|x + 3| = x + 3$   
 II.  $|x + 2| = -x - 2$   
 III.  $|x - 5| = 5 - x$

İfadelerinden hangileri daima doğrudur?

- A) Yalnız I      B) Yalnız II      C) Yalnız III  
 D) I ve II      E) II ve III

4.  $x < 0$  olmak üzere,

$$\frac{|x + |5x - 4||}{|x - 1|}$$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) -4      B) 1      C) 2      D) 4      E) 5

5.  $|\sqrt{19} - 5| + |\sqrt{19} - \sqrt{13}| + |3 - \sqrt{13}|$

işlemının sonucu kaçtır?

- A) 1      B) 2      C) 8      D)  $2\sqrt{13}$       E)  $2\sqrt{19}$

6.  $|x - 5| = 5 - x$

$$|y - 2| = y - 2$$

olduğuna göre,  $2x - 3y$  en fazla kaçtır?

- A) 2      B) 4      C) 6      D) 8      E) 9

7.  $a < b < 0$  olmak üzere,

$$\sqrt{a^2 + 2ab + b^2} + |b - a|$$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $-2a$       B)  $-2b$       C)  $-a - b$   
 D) 0      E)  $2b - 2a$

8.  $x < 0 < y$  olmak üzere,

$$\sqrt{x^2 - 2xy + y^2} + 3\sqrt[3]{(x - 2y)^3}$$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $-2x - 3y$       B)  $-2x + y$       C)  $-x$   
 D)  $-y$       E)  $3y$

9.  $x < 0 < y$  olmak üzere,

$$\frac{\sqrt{x^2}}{x} + \frac{\sqrt{y^2}}{y}$$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) -2      B)  $-x - y$       C) 0  
D) 2      E)  $x + y$

10.  $\sqrt{x^2 - 6x + 9} + |2x - y + 1| = 0$

denklemi sağlayan  $x$  ve  $y$  reel sayılarının toplamı kaçtır?

- A) 5      B) 7      C) 10      D) 12      E) 15

11.  $|a| = 3$  ,  $|b| = 5$

olduğuna göre,  $3a - b + 1$  ifadesi aşağıdakilerden hangisi olamaz?

- A) -13      B) -5      C) -3      D) 5      E) 15

12.  $|2x + 9|$

ifadesini en küçük yapan  $x$  değeri için  $8x + 16$  kaçtır?

- A) -20      B) -16      C) -8      D) -2      E) 1

13.  $|2x - 1| = -3$

denklemi çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) {2}      B) {-3}      C) {-3, 2}  
D)  $\mathbb{R}$       E)  $\emptyset$

14.  $|2x - 2| = 12$

denklemi çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) {-7, 5}      B) {-5, 7}      C) {-2, 2}  
D)  $\mathbb{R}$       E)  $\emptyset$

15.  $|a - 2| = 5$  ,  $|b + 1| = 10$

olduğuna göre,  $a + b$  nin alabileceği en küçük değer kaçtır?

- A) -14      B) -10      C) -34      D) 6      E) 16

16.  $|3x - 4| = 1712$

denklemi sağlayan  $x$  değerleri toplamı kaçtır?

- A) 0      B)  $\frac{4}{3}$       C) 2      D)  $\frac{5}{2}$       E)  $\frac{8}{3}$

1.  $a, b$  ve  $c$  birbirlerinden farklı pozitif tamsayılardır.

$$|5a - 2b| = 2b - 5a$$

$$|b - c| = c - b$$

olduğuna göre,  $a + b + c$  en az kaçtır?

- A) 6      B) 7      C) 8      D) 10      E) 12

2.  $||x| + 1| = 5$

denklemi sağlayan  $x$  değerleri çarpımı kaçtır?

- A) -16      B) -12      C) -9      D) 6      E) 25

3.  $||x - 2| - 5| = 8$

denklemi çözüm kümesi kaç elemanlıdır?

- A) 0      B) 1      C) 2      D) 3      E) 4

4.  $||x - 3| - 7| = 2$

denklemi çözüm kümesi kaç elemanlıdır?

- A) 0      B) 1      C) 2      D) 3      E) 4

5.  $|12 + |x - 8|| = 10$

denklemi çözüm kümesi kaç elemanlıdır?

- A) 0      B) 1      C) 2      D) 3      E) 4

6.  $|x - 2| = 2x - 6$

denklemi çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\left\{ \frac{1}{2} \right\}$       B)  $\left\{ \frac{1}{2}, 2 \right\}$       C)  $\left\{ \frac{8}{3}, 4 \right\}$   
 D) {4}      E)  $\left\{ \frac{5}{2} \right\}$

7.  $|x^2 - 9| = |2x - 6|$

eşitliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) {3}      B) {-5, -1}      C) {-5, -1, 3}  
 D) {-1, 6}      E) {3, 6}

8.  $|2x - 1| < -15$

eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) (-7, 8)      B) (-6, 6)      C) (0, 1)  
 D)  $\mathbb{R}$       E)  $\emptyset$

**9.**  $|2x + 1| \leq 7$

eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $[-4, 2]$       B)  $[-3, 3]$       C)  $[-4, 3]$   
 D)  $[0, 6]$       E)  $[0, \infty]$

**10.**  $|a| < 5$  eşitsizliğini sağlayan kaç farklı tam sayı vardır?

- A) 4      B) 5      C) 6      D) 9      E) 10

**11.**  $|x| < 3$  ve  $y - x = 2$  olduğuna göre,  $y$  nin alabileceği değerler kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $(-5, -1)$       B)  $(-5, -3)$       C)  $(-3, 3)$   
 D)  $(-3, 5)$       E)  $(-1, 5)$

**12.**  $|x - 1| < 20$

eşitsizliğini sağlayan  $x$  tamsayılarının toplamı kaçtır?

- A) -20      B) 20      C) 39      D) 45      E) 72

**13.**  $|x^2 - 15| \leq 12$

eşitsizliğini sağlayan kaç farklı  $x$  tamsayısı vardır?

- A) 3      B) 4      C) 6      D) 8      E) 10

**14.**  $3 < |x - 2| < 7$

eşitsizliğini sağlayan  $x$  tamsayı değerleri toplamı kaçtır?

- A) 0      B) 8      C) 12      D) 15      E) 21

**15.**  $|x - 2| > -5$

eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $(-3, 7)$       B)  $(-\infty, -3)$   
 C)  $(-\infty, -3) \cup (7, \infty)$       D)  $\mathbb{R}$   
 E)  $\emptyset$

**16.**  $|x + 2| \geq 5$

eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $(-\infty, 0)$       B)  $(-\infty, -7)$   
 C)  $[-7, 3]$       D)  $[3, \infty]$   
 E)  $(-\infty, -7] \cup [3, \infty)$

1.  $|x - 2| + |10 - 2x|$

ifadesinin alabileceği en küçük değer kaçtır?

- A) 0      B) 1      C) 3      D) 4      E) 6

2.  $\frac{20}{|x - 1| + |x - 5|}$

ifadesinin alabileceği en büyük değer kaçtır?

- A) 1      B) 3      C) 4      D) 5      E) 10

3.  $|x + 2| - |x - 3|$

ifadesinin alabileceği en büyük değer kaçtır?

- A) -5      B) 1      C) 3      D) 5      E) 7

4.  $|x - 2| - |x - 8|$

ifadesinin alabileceği en küçük değer kaçtır?

- A) -10      B) -6      C) -4      D) -2      E) 6

5.  $|x - 3| - |x - 7|$

ifadesinin alabileceği kaç farklı tamsayı değeri vardır?

- A) 4      B) 5      C) 8      D) 9      E) 11

6.  $|a| + |-2a| + |3a| = 12$

olduğuna göre, a nin alabileceği değerler çarpımı kaçtır?

- A) -36      B) -9      C) -4      D) 16      E) 36

7. x bir reel sayı olmak üzere,

$$A = |x - 4| + |8 - x| \text{ ve } 4 \leq x \leq 8$$

olduğuna göre, A kaçtır?

- A) 4      B) 10      C) 16      D) 20      E) 26

8. a ve b reel sayılar olmak üzere,

I.  $\sqrt{a^2} = a$

II.  $|a \cdot b| = |a| \cdot |b|$

III.  $|a + b| \leq |a| + |b|$

İfadelerinden hangileri daima doğrudur?

- A) Yalnız I      B) Yalnız II      C) Yalnız III  
 D) II ve III      E) I, II ve III

9.  $|2x - 6| + 4x - 18 = 0$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\{-4, 2\}$       B)  $\{0, 4\}$       C)  $\{4\}$   
 D)  $\{4, 6\}$       E)  $\{2, 6\}$

10.  $5|x| + 3x - 12 = 0$

denklemini sağlayan  $x$  gerçek sayılarının çarpımı kaçtır?

- A)  $-18$       B)  $-12$       C)  $-9$       D)  $-6$       E)  $4$

11.  $|x + |5x|| = 12$

eşitliğini sağlayan  $x$  değerlerinin çarpımı kaçtır?

- A)  $-12$       B)  $-6$       C)  $-2$       D)  $6$       E)  $9$

12.  $|2x + |3x - |-5x|| = 20$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\{-5\}$       B)  $\{-5, 5\}$       C)  $\left\{-\frac{10}{3}, 5\right\}$   
 D)  $\{-1, 3\}$       E)  $\{1, 5\}$

13.  $|x - 2| + |x| = 10$

denklemi sağlayan  $x$  değerlerinin çarpımı kaçtır?

- A)  $-24$       B)  $-18$       C)  $-12$       D)  $-6$       E)  $6$

14.  $|3x + 6| + |4 + 2x| = 15$

denklemi sağlayan  $x$  değerleri toplamı kaçtır?

- A)  $-6$       B)  $-4$       C)  $-2$       D)  $-1$       E)  $1$

15.  $|x + 2| < |x - 1|$

eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $(-\infty, -\frac{1}{2})$       B)  $(-\infty, 0)$       C)  $(-1, 1)$   
 D)  $(1, \infty)$       E)  $(-\infty, \infty)$

16. I.  $|a + b| = |a| + |b|$

II.  $|a \cdot b| = |a| \cdot |b|$

III.  $\left| \frac{a}{b} \right| = \frac{|a|}{|b|}$

Yukarıda verilen eşitliklerden hangileri bütün reel sayılar için doğrudur?

- A) Yalnız I      B) Yalnız II      C) I ve II  
 D) I ve III      E) II ve III