

➤ ORAN – ORANTI

ORAN – ORANTI

TANIM

Aynı birimden iki çokluğun birbirile karşılaştırılmasına **oran** denir.

$\frac{a}{b}$ oranında a ve b aynı birimden olduğu için $\frac{a}{b}$ nin birimi yoktur.

$$\frac{3 \text{ kg}}{5 \text{ kg}} = \frac{3}{5}$$

$\frac{5 \text{ litre}}{2 \text{ kg}}$ ifadesi oran olmadığından $\frac{5}{2}$ ye eşit değildir.

TANIM

En az iki oranlı eşitliklere **oranti** denir.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = k \text{ orantısında, } k \text{ oranti sabitidir.}$$

ORANTININ ÖZELLİKLERİ

1) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ orantısı $a : b = c : d$ şeklinde de gösterilebilir.
İçler
Dışlar

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ orantısında a ile d dışlar, b ile c içler olarak isimlendirilir.

2) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = k$ orantısında $\frac{a+c+e}{b+d+f} = k$ dir.

Oranlar genişletilirse $\frac{2a}{2b} = \frac{3c}{3d} = \frac{-2e}{-2f} = k$

$$\frac{2a + 3c - 2e}{2b + 3d - 2f} = k \text{ dir.}$$

3) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$

$$\frac{a \cdot c}{b \cdot d} = k^2 \text{ dir.}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(\frac{c}{d}\right)^n = k^n \text{ dir.}$$

ÖRNEK - 1

x ve y tamsayıdır.

$$\frac{x}{y} = \frac{2}{3} \text{ ve } x + y = 30 \text{ olduğuna göre, } x \text{ kaçtır?}$$

- A) 1 B) 2 C) $\frac{20}{9}$ D) 12 E) 15



$$\frac{x}{y} = \frac{2}{3} = \frac{2k}{3k}$$

$$\begin{aligned} x &= 2k & x + y &= 30 & x &= 2k = 2 \cdot 6 = 12 \text{ bulunur.} \\ y &= 3k & 5k &= 30 & k &= 6 \end{aligned}$$

Cevap : D

ÖRNEK - 2

$$\frac{2a + 3b}{3} = \frac{8a - b}{2} \text{ olduğuna göre, } \frac{b}{a} \text{ kaçtır?}$$

- A) 1 B) 2 C) $\frac{20}{9}$ D) $\frac{10}{3}$ E) $\frac{9}{2}$



$$\frac{2a + 3b}{3} \times \frac{8a - b}{2}$$

$$4a + 6b = 24a - 3b$$

$$9b = 20a$$

$$\begin{array}{r} 20 \\ \times 9 \\ \hline 180 \end{array}$$

b = 20, a = 9 alınırsa

$$\frac{b}{a} = \frac{20}{9} \text{ bulunur.}$$

Cevap : C

ÖRNEK - 3

35 kişilik bir sınıfındaki kız öğrencilerin sayısının erkek öğrencilerin sayısına oranı $\frac{3}{4}$ tür.

Buna göre, bu sınıfındaki erkek öğrencilerin sayısı kaçtır?

- A) 10 B) 15 C) 20 D) 25 E) 30



$$\frac{\text{Kız}}{\text{Erkek}} = \frac{3}{4} = \frac{3k}{4k}$$

Kızların sayısı = $3k$

Erkeklerin sayısı = $4k$ olsun.

$$3k + 4k = 35 \quad \text{Erkeklerin sayısı} = 4k = 4.5 = 20$$

$$7k = 35 \quad \text{olur.}$$

$$k = 5$$

Cevap : C

ÖRNEK - 4

a, b ve c pozitif tamsayılardır.

$$\frac{a}{b} = \frac{3}{2}, \quad \frac{b}{c} = \frac{4}{5} \quad \text{olduğuna göre,}$$

$a + b + c$ en az kaçtır?

- A) 6 B) 9 C) 10 D) 12 E) 15



Verilen iki orandaki ortak olan b harflerinin karşısındaki sayıları eşitleyelim.

$$\frac{a}{b} = \frac{3 \cdot 2}{2 \cdot 2} = \frac{6}{4}, \quad \frac{b}{c} = \frac{4}{5}$$

$$a = 6k$$

$$b = 4k$$

$$c = 5k$$

$$a + b + c = 6k + 4k + 5k = 15k$$

Toplamın en küçük değeri sorulduğundan

$k = 1$ alınırsa $a + b + c = 15$ bulunur.

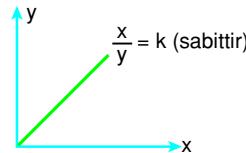
Cevap : E

ORANTI ÇEŞİTLERİ

1. Doğru orantı : Bölgüleri sabit olan iki çöklük doğru orantılıdır. Çünkü birisi artarken diğeri de aynı oranda artar, birisi azalırken diğeri de aynı oranda azalır.

Doğru orantılı çöklüklerin bölgüleri sabittir.

$$\frac{x}{y} = k \quad \text{şeklindedir.}$$



Örneğin bir manavdan

1 tane karpuzu 3 liraya alan birisi aynı karpuzdan 2 tanesine 6 lira, 5 tanesine 15 lira öder.

$$\frac{\text{Karpuz sayısı}}{\text{Ödenen para}} = \frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{5}{15} = \text{sabit}$$

Orantılı demek aksi söylemedikçe doğru orantılı demektir.

ÖRNEK - 5

x ile y doğru orantılıdır.

$x = 4$ iken $y = 10$ oluyorsa, $x = 6$ iken y kaç olur?

- A) 10 B) 15 C) 18 D) 20 E) 24



x ile y doğru orantılı olduğundan $\frac{x}{y} = k$ dir.

$$\frac{x}{y} = k \quad \text{ifadesinde } x = 4 \text{ iken } y = 10 \text{ olduğundan}$$

$$\frac{4}{10} = \frac{2}{5} = k \quad \text{olur.}$$

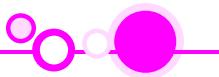
Bu durumda $x = 6$ iken y yi bulalım.

$$\frac{x}{y} = k, \quad \frac{6}{y} = \frac{2}{5}$$

$$2y = 30$$

$$y = 15 \text{ bulunur.}$$

Cevap : B



ÖRNEK - 6

$(a + 3)$ ile $(2b - 1)$ doğru orantılıdır.

a = 3 iken b = 2 oluyorsa, a = 9 iken b kaçtır?

- A) $\frac{7}{2}$ B) 4 C) $\frac{9}{2}$ D) $\frac{16}{3}$ E) 8



$$\frac{a+3}{2b-1} = k, \text{ a = 3 iken } b = 2 \text{ oluyorsa}$$

$$\frac{3+3}{2 \cdot 2 - 1} = \frac{6}{3} = 2 = k$$

a = 9 iken b yi bulalım

$$\frac{9+3}{2b-1} = k$$

$$\frac{12}{2b-1} = 2$$

$$12 = 4b - 2$$

$$14 = 4b$$

$$b = \frac{7}{2} \text{ bulunur.}$$

Cevap : A

ÖRNEK - 7

4 işçi 30 metrelik yol yapmıştır. Buna göre, bu işçilerle aynı kapasitede olan 6 işçi aynı çalışma tempusuyla aynı sürede kaç metrelik yol yapar?

- A) 15 B) 20 C) 30 D) 45 E) 60



4 işçi ~~x~~ 30 metre
6 işçi x metre

$$4 \cdot x = 6 \cdot 30$$

$$4x = 180$$

$$x = 45 \text{ bulunur.}$$

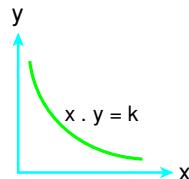
İşçi sayısı arttığında yapılan yolun uzunluğu artar. Her ikişi arttığında doğru oranti vardır. Doğru orantıda içler ve dışlar çarpımı yapılır.

Cevap : D

2. Ters orantı : Çarpımları sabit olan iki çokluk ters orantılıdır. Çünkü birisi artarken diğeri de aynı oranda azalacaktır.

Ters orantılı çoklukların çarpımları sabittir.

$x \cdot y = k$ şeklinde dir.



ÖRNEK - 8

x ile y sayıları ters orantılıdır.

x = 4 iken, y = 6 oluyorsa, x = 3 iken y kaç olur?

- A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 16



$$\begin{aligned} x \cdot y &= k & x \cdot y &= k \\ 4 \cdot 6 &= k & 3 \cdot y &= 24 \\ 24 &= k & y &= 8 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Cevap : B

ÖRNEK - 9

a sayısı; $(b + 1)$ ile doğru, c ile ters orantılıdır.

a = 4, b = 5 iken c = 3 oluyorsa

a = 2, b = 1 iken c kaç olur?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 8



$$\begin{aligned} \frac{a \cdot c}{b+1} &= k & \frac{a \cdot c}{b+1} &= k \\ \frac{4 \cdot 3}{5+1} &= k & \frac{2 \cdot c}{1+1} &= 2 \\ k = 2 & & c = 2 & \text{bulunur.} \end{aligned}$$

Cevap : A

ÖRNEK - 10

Aynı kapasitedeki 6 işçi bir işi 10 günde bitirebiliyor.

Buna göre, bu işçilerle aynı kapasitede olan 5 işçi aynı çalışma temposuyla bu işi kaç günde yapar?

- A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 15



6 işçi — 10 günde

5 işçi — x günde

$$6 \cdot 10 = 5 \cdot x$$

$$60 = 5x$$

$$x = 12 \text{ bulunur.}$$

İşçi sayısı azaldığından süre artar. Birisi artarken diğeri azaldığından ters orantı vardır. Ters orantı da çokluklar karşılıklı çarpılır.

Cevap : D

3. Bileşik Oranti : En az üç tane oran içeren orantılardır.

ÖRNEK - 11

8 işçi, günde 6 saat çalışarak, 16 m^2 lik halayı 4 günde dokuyabilmektedir.

Buna göre, bu işçilerle aynı kapasitede olan 3 işçi, günde 10 saat çalışarak 20 m^2 lik halayı kaç günde dokuyabilir?

- A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12



Bileşik orantıda yapılacak işler yer değiştirildikten sonra bütün oranlar ters orantı düşünülür. Yani düz çarpım yapılır.

$$\begin{array}{llll} 8 \text{ işçi} & 6 \text{ saat} & (16 \text{ m}^2) & 4 \text{ günde} \\ 3 \text{ işçi} & 10 \text{ saat} & (20 \text{ m}^2) & x \text{ günde} \end{array}$$

Birinci durumda yapılan iş miktarı 16 m^2 lik halı dokumak, ikinci durumda yapılan iş miktarı 20 m^2 lik halı dokumak. Orantıda işler yer değiştirir. Yani 16 ve 20 yi yer değiştirip daha sonra düz çarpım yaparız.

$$8 - 6 - 20 - 4$$

$$3 - 10 - 16 - x$$

$$8 \cdot 6 \cdot 20 \cdot 4 = 3 \cdot 10 \cdot 16 \cdot x$$

$$x = 8 \text{ bulunur.}$$

Cevap : C

ÖRNEK - 12

6 işçi, günde 10 saat çalışarak, bir işi 3 günde yapabilmektedir.

Buna göre, bu işçilerle aynı kapasitede olan 5 işçi günde 2 saat çalışarak aynı işi kaç günde yapabilir?

- A) 6 B) 10 C) 12 D) 18 E) 20



6 işçi 10 saat 3 günde

5 işçi 2 saat x günde

Yapılacak iş miktarları orantıda geçmediğinden yer değişikliği olmaz. Düz çarpım yapılır.

$$6 - 10 - 3$$

$$5 - 2 - x$$

$$6 \cdot 10 \cdot 3 = 5 \cdot 2 \cdot x$$

$$x = 18 \text{ bulunur.}$$

Cevap : D

ÖRNEK - 13

Bir grup işçi bir işi 12 günde yapabilmektedir.

Aynı kapasitede olan bu işçilerin sayısını iki katına çıkartıp, günlük çalışma süresini $\frac{1}{4}$ oranında azaltırsak aynı işin $\frac{2}{3}$ 'ünü kaç günde bitirebilirler?

- A) 3 B) 4 C) $\frac{16}{3}$ D) $\frac{20}{3}$ E) $\frac{17}{2}$



İlk durumda, işçi sayısına a , yapılacak iş miktarına $3b$, günlük çalışma süresine $4c$ diyelim.

a işçi 3b birimlik işi 4c saat 12 günde yapıyorsa
2a işçi 2b birimlik işi 3c saat x günde yapar.

İşleri, yani $3b$ ile $2b$ yi yer değiştirelim.

$$\begin{aligned} a &= 2b \\ 2a &= 3b \end{aligned}$$

$$a \cdot 2b \cdot 4c \cdot 12 = 2a \cdot 3b \cdot 3c \cdot x$$

$$x = \frac{16}{3} \text{ gün olarak bulunur.}$$

Cevap : C

ORTALAMA ÇEŞİTLERİ

1) Aritmetik Ortalama : Verilen sayıların toplamı, sayı adedine bölünerek bulunur.

✓ x_1 ile x_2 sayılarının aritmetik ortalaması

$$\frac{x_1 + x_2}{2}$$

✓ x_1, x_2 ve x_3 sayılarının aritmetik ortalaması

$$\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}$$

✓ $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ sayılarının aritmetik ortalaması

$$\frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n}$$

ÖRNEK - 14

$x, 12, 18$ ve $2x + 8$ sayılarının aritmetik ortalaması 17 olduğuna göre, x kaçır?

- A) 4 B) 6 C) 8 D) 9 E) 10

Gözüm

Aritmetik ortalama = $\frac{\text{Sayıların toplamı}}{\text{Sayı adedi}}$

$$17 = \frac{x + 12 + 18 + 2x + 8}{4}$$

$$68 = 3x + 38$$

$$30 = 3x$$

$$x = 10 \text{ bulunur.}$$

Cevap : E

ÖRNEK - 15

Beş tane sayıının aritmetik ortalaması 18 dir.
Bu sayılarla toplamları 15 olan iki sayı ekleniyor.

Buna göre, oluşan yedi sayıının aritmetik ortalaması kaçtır?

- A) 12 B) 15 C) 16 D) 19 E) 21



Beş tane sayıının toplamı x olsun.

Aritmetik ortalama = $\frac{\text{Sayıların toplamı}}{\text{Sayı adedi}}$

$$18 = \frac{x}{5}$$

$$x = 90 \text{ olur.}$$

Beş tane sayıının toplamı 90 olur.

Toplamları 15 olan iki sayı eklenince yedi sayıının toplamı $90 + 15 = 105$ olur.

Yedi sayıının aritmetik ortalaması = $\frac{105}{7} = 15$ bulunur.

Cevap : B

ÖRNEK - 16

İki basamaklı dört farklı pozitif tamsayının aritmetik ortalaması 17 dir.

Buna göre, bu sayılardan en büyüğü en fazla kaçtır?

- A) 21 B) 25 C) 30 D) 35 E) 38



$$17 = \frac{a + b + c + d}{4}$$

$$a + b + c + d = 68$$

Dört sayıdan üç tanesine en küçük sayılar verilirse diğer sayının en büyük değeri bulunur.

$$a + b + c + d = 68$$

$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$

$$10 + 11 + 12 + d = 68$$

$$33 + d = 68$$

$$d = 35 \text{ bulunur.}$$

Cevap : D

ÖRNEK - 17

Yaş ortalaması 14 olan bir gruba üç kişi daha katılırca gruptaki kişilerin yaş ortalaması artmaktadır.

Buna göre, bu gruba sonradan katılan üç kişinin yaşları toplamının en küçük tamsayı değeri kaçtır?

- A) 36 B) 42 C) 43 D) 45 E) 52



Gruba sonradan katılan üç kişi grubun yaş ortalamasını artırıldığına göre, sonradan gelenlerin yaş ortalaması grubun yaş ortalaması 14 ten fazla olmalıdır.

Gruba sonradan katılan üç kişinin yaşları toplamı x olsun.

$$\frac{x}{3} > 14$$

$$x > 42$$

Bu durumda x en az 43 olur.

Cevap : C

ÖRNEK - 18

Kişi sayısı	5	x	1	2
Yaşlar	12	15	20	30

Yukarıdaki tabloda üstteki satır bir toplulukta bulunan kişi sayılarını, alttaki satır ise bu kişilerin yaşlarını göstermektedir.

Bu toplulukta bulunan kişilerin yaşları ortalaması 17 olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 10



$$\text{Aritmetik ortalama} = \frac{\text{Yaşlar toplamı}}{\text{Kişi sayısı}}$$

$$17 = \frac{12.5 + 15.x + 20.1 + 30.2}{5 + x + 1 + 2}$$

$$17 = \frac{140 + 15x}{x + 8}$$

$$17x + 136 = 140 + 15x$$

$$2x = 4$$

$$x = 2 \text{ bulunur.}$$

Cevap : A

2) Geometrik Ortalama : x_1 ve x_2 pozitif reel sayılarının geometrik ortalaması $= \sqrt{x_1 \cdot x_2}$

x_1 , x_2 ve x_3 pozitif reel sayılarının geometrik ortalaması $= \sqrt[3]{x_1 \cdot x_2 \cdot x_3}$

$x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ pozitif reel sayıların geometrik ortalaması $= \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \dots x_n}$

ÖRNEK - 19

4 ve x sayılarının geometrik ortalaması 6 olduğunu göre, x kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 8 D) 9 E) 12



$$\sqrt{4 \cdot x} = 6$$

$$(\sqrt{4 \cdot x})^2 = (6)^2$$

$$4x = 36$$

$$x = 9$$

Cevap : D

ÖRNEK - 20

3^5 , 3^{11} ve 3^{20} sayılarının geometrik ortalaması kaçtır?

- A) 3^8 B) 3^{10} C) 3^{11} D) 3^{12} E) 3^{15}



$$\sqrt[3]{3^5 \cdot 3^{11} \cdot 3^{20}} = \sqrt[3]{3^{36}} = 3^{\frac{36}{3}} = 3^{12} \text{ bulunur.}$$

Cevap : D

ÖRNEK - 21

İki farklı pozitif tam sayının aritmetik ortalaması 5 olduğuna göre, bu sayıların geometrik ortalaması en fazla kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) $3\sqrt{2}$ D) $3\sqrt{3}$ E) $2\sqrt{6}$



Sayılar a ve b olsun.

$$\frac{a+b}{2} = 5 \quad a + b = 10$$

1	9
2	8
3	7
4	6

a = 4 ve b = 6 alınırsa a ile b nin geometrik ortalaması en fazla $\sqrt{4 \cdot 6} = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$ bulunur.

Cevap : E

(2011 - LYS)

a ve b sayılarının geometrik ortalaması 3, aritmetik ortalaması 6 dir.

Buna göre, a^2 ve b^2 sayılarının aritmetik ortalaması kaçtır?

- A) 67 B) 65 C) 63 D) 61 E) 57



a ile b nin geometrik ortalamasını 3 e eşitleyelim.

$$\sqrt{a \cdot b} = 3, a \cdot b = 9 \text{ olur.}$$

a ile b nin aritmetik ortalamasını 6 ya eşitleyelim.

$$\frac{a+b}{2} = 6,$$

$$a+b = 12 \text{ olur.}$$

$$a+b = 12,$$

$$(a+b)^2 = 12^2$$

$$a^2 + b^2 + 2\frac{ab}{9} = 144$$

$$a^2 + b^2 = 144 - 18$$

$$a^2 + b^2 = 126$$

a² ve b² sayılarının aritmetik ortalaması

$$\frac{a^2 + b^2}{2} = \frac{126}{2} = 63 \text{ bulunur.}$$

Cevap : C

3) **Harmonik Ortalama :** Sıfırdan farklı, x_1 ve x_2 sayılarının harmonik ortalaması

$$\frac{2}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}} = \frac{2x_1 \cdot x_2}{x_1 + x_2}$$

x_1, x_2 ve x_3 sayılarının harmonik ortalaması

$$\frac{3}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3}}$$

$x_1, x_2, x_3 \dots x_n$ sayılarının harmonik ortalaması

$$\frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \dots + \frac{1}{x_n}}$$

ÖRNEK - 22

20 ve 30 sayılarının harmonik ortalaması kaçtır?

- A) 22 B) 24 C) 26 D) 28 E) 32



x_1 ve x_2 sayılarının harmonik ortalaması $\frac{2x_1 \cdot x_2}{x_1 + x_2}$ ol-

duğundan $x_1 = 20$ ve $x_2 = 30$ olarak alınırsa

$$\frac{2 \cdot 20 \cdot 30}{20 + 30} = \frac{1200}{50} = 24 \text{ bulunur.}$$

Cevap : B

5 ve 20 sayılarının aritmetik ortalaması

$$\frac{5 + 20}{2} = 12,5$$

5 ve 20 sayılarının geometrik ortalaması

$$\sqrt{5 \cdot 20} = 10$$

5 ve 20 sayılarının harmonik ortalaması

$$\frac{2 \cdot 5 \cdot 20}{5 + 20} = \frac{200}{25} = 8$$

Birbirinden farklı pozitif reel sayıların

Aritmetik $>$ Geometrik $>$ Harmonik
ortalama ortalama ortalama

8 ve 8 sayılarının;

$$\text{Aritmetik ortalaması} = \frac{8 + 8}{2} = 8$$

$$\text{Geometrik ortalaması} = \sqrt{8 \cdot 8} = 8$$

$$\text{Harmonik ortalaması} = \frac{2 \cdot 8 \cdot 8}{8 + 8} = 8 \text{ bulunur.}$$

Birbirine eşit olan sayıların ortalamaları da sayılarla eşit çıkar.

ÖRNEK - 23

$x > y > 0$ olmak üzere,
 x ile y nin aritmetik ortalaması a ,
 x ile y nin geometrik ortalaması b ,
 x ile y nin harmonik ortalaması c
olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $x > y > a > b > c$ B) $x > a > b > c > y$
C) $x > y > c > b > a$ D) $x > c > b > a > y$
E) $a > b > c > x > y$



Aritmetik $>$ Geometrik $>$ Harmonik
ortalama ortalama ortalama

Ortalamlar büyük sayı ile küçük sayı arasında bulunur.

Bu durumda $x > a > b > c > y$ bulunur.

Cevap : B

ÖRNEK - 24

$2x+1$ ile $x+8$ sayılarının aritmetik ve geometrik ortalamaları eşit olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8



Ortalamların eşit olabilmesi için sayıların eşit olması gereklidir.

$$2x + 1 = x + 8$$

$x = 7$ bulunur.

Cevap : D

ÖRNEK - 25

Bir araç bir yolu saatte 40 km sabit hızla gidip, saatte 60 km sabit hızla dönüyor.

Bu aracın tüm yol boyunca ortalama hızı saatte kaç km dir?

- A) 44 B) 48 C) 50 D) 52 E) 56



Gidiş ve dönüşü olan bu tür sorularda harmonik ortalama formülü kullanılır.

V_1 ve V_2 sayılarının harmonik ortalaması;

$$\frac{2V_1 V_2}{V_1 + V_2} \text{ dır. } V_1 = 40 \text{ ve } V_2 = 60 \text{ alınırsa;}$$

$$\frac{2 \cdot 40 \cdot 60}{40 + 60} = \frac{4800}{100} = 48 \text{ bulunur.}$$

Cevap : B



ÖRNEK - 26

Bir yabancı dil kursunda A, B ve C sınıflarındaki öğrencilerin yaş ortalaması 20, 26 ve 29 dur.

A ile B sınıflarındaki öğrencilerin yaş ortalaması 23, B ile C sınıflarındaki öğrencilerin yaş ortalaması ise 28 dir.

Buna göre, bu üç sınıfındaki öğrencilerin tümünün yaş ortalaması kaçtır?

- A) 25,5 B) 26 C) 26,5 D) 27 E) 27,5



A sınıfında a öğrenci

B sınıfında b öğrenci

C sınıfında c öğrenci bulunsun.

A sınıfındaki öğrencilerin yaşları toplamı 20.a

B sınıfındaki öğrencilerin yaşları toplamı 26.b

C sınıfındaki öğrencilerin yaşları toplamı 29.c

A ile B sınıflarının yaş ortalaması 23 olduğundan,

$$\frac{20 \cdot a + 26 \cdot b}{a + b} = 23$$

$$20a + 26b = 23a + 23b$$

$$3b = 3a$$

$$b = a$$

B ile C sınıflarının yaş ortalaması 28 olduğundan,

$$\frac{26b + 29c}{b + c} = 28$$

$$26b + 29c = 28b + 28c$$

$$c = 2b$$

$$a = b \text{ ve } c = 2b$$

$$\begin{matrix} \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 1 & 1 & 2 & 1 \end{matrix}$$

$a = 1, b = 1$ ve $c = 2$ alınırsa,
öğrencilerin tamamının yaş ortalaması

$$\frac{20a + 26b + 29c}{a + b + c} = \frac{20 + 26 + 58}{1 + 1 + 2} = \frac{104}{4} = 26$$

bultur.

Cevap : B

ÖRNEK - 27

a ve b sayılarının geometrik ortalaması 5, aritmetik ortalaması ise 7 dir.

Buna göre, a^2 ve b^2 sayılarının aritmetik ortalama-
sı kaçtır?

- A) 67 B) 65 C) 73 D) 81 E) 90



$$\sqrt{a \cdot b} = 5 \Rightarrow a \cdot b = 25$$

$$\frac{a+b}{2} = 7 \Rightarrow a+b = 14$$

$$(a+b)^2 = 14^2$$

$$a^2 + b^2 + 2 \underbrace{ab}_{25} = 196$$

$$a^2 + b^2 + 50 = 196$$

$$a^2 + b^2 = 146$$

a^2 ile b^2 sayılarının aritmetik ortalaması,

$$\frac{a^2 + b^2}{2} = \frac{146}{2} = 73 \text{ bulunur.}$$

Cevap : C



BEYİN JİMNASTİĞİ - 3

Saatte 36 km hızla giden bir kamyonun üstü açık 15 metrelük kasasının ön kısmında bulunan bir çocuk havaya zıplıyor. Çocuk zıpladıktan 1 saniye sonra tekrar düşüyor. Buna göre bu çocuğun düştüğü yer ile ilgili aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) Kasanın dışına düşer.
- B) Kasanın 15 metre gerisine düşer.
- C) Kasanın 10 metre gerisine düşer.
- D) Kasanın 5 metre gerisine düşer.
- E) Zıpladığı noktaya düşer.

Küçük çocuk mutfağa girdiğinde annesi akşam yemeğini hazırlıyordu. Annesine bir kâğıt uzattı. Kadın ellerini kuruladıktan sonra, kâğıdı aldı ve okumaya başladı. Kâğıtta bir liste vardı:

Bahçeyi temizlediğim için 5 lira.

Odamı düzenli tuttuğum için 1 lira.

Bakkala gittiğim için 50 lira

Sen alışverişteyken bebek olan kardeşimle oynadığım için 25 lira.

Çöp kovasını çıkarttığım için 1 lira.

İyi karne getirdiğim için 5 lira

Çimleri kestiğim için 2 lira.

Kadın, oğlu sabırsızlıkla beklerken, kâğıdın diğer yüzünü çevirdi ve şunları yazdı:

"Seni dokuz ay karmunda taşdım: Bedava.

Geceler boyu seninle uyudum, iyileşmen için uğraştım ve sana dua ettim: Bedava.

Yıllarca harcadığım zaman, gözyaşları ve çaba: Bedava.

Geceleri gelecek için duyduğum korku ve endişeler: Bedava.

Sana verdiğim tavsiye ve bilgiler: Bedava.

Oyuncakların, yemegin, elbiselerin: Bedava.

Sümüklü burnunu temizlemek: Bedava

Oğlum, bütün bunları topladığında, sevgimin toplam ücretinin bedava olduğunu göreceksin."

Çocuk bu listeyi okuduğunda, gözlerinde kocaman yaşlar birikmişti. Başını kaldırıp annesine baktı ve şöyle dedi:

"Anneciğim, seni çok seviyorum."

Sonra da kendi yazdığı listenin altına büyük harflerle şunu ekledi:

"Tamamı ödenmiştir."

1. $\frac{x-1}{4} = \frac{5}{6}$

eşitliğini sağlayan x değeri kaçtır?

- A) $\frac{13}{3}$ B) $\frac{17}{3}$ C) $\frac{13}{2}$ D) 7 E) 8

2. $\frac{x}{y} = \frac{3}{4}$ olduğuna göre,

$\frac{2x+y}{y-x}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 3 B) 5 C) 6 D) 9 E) 10

3. $\frac{a}{3} = \frac{b}{5} = \frac{c}{2}$ ve $a + b + c = 80$

olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 6 B) 12 C) 18 D) 24 E) 30

4. $\frac{2x+y}{14} = \frac{x-y}{5}$ ve $x+y = 46$

olduğuna göre, y kaçtır?

- A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 15

5. Oranları $\frac{3}{4}$ olan iki sayının toplam 42 olduğuna göre, küçük sayı kaçtır?

- A) 9 B) 12 C) 15 D) 18 E) 20

6. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{2}{3}$

$\frac{a+b}{2a-b} \cdot \frac{2d-c}{c}$

işlemiin sonucu kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 10 D) 15 E) 16

7. a, b ve c tamsayıdır.

$$\frac{a+3}{2} = \frac{b-5}{5} = \frac{c-1}{3}$$

olduğuna göre, a + b + c aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) 30 B) 48 C) 63 D) 72 E) 91

8. a, b ve c pozitif tamsayılardır.

$$\frac{a-b}{2a+b} = \frac{b+c}{b+5c} = \frac{1}{4}$$

olduğuna göre, a + b + c en az kaçtır?

- A) 6 B) 11 C) 13 D) 15 E) 21

9. $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{1}{c}$

$$a + b + c = \frac{21}{2}$$

olduğuna göre, a nin tamsayı değeri kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 8

10. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{2}{5}$

$$a + b + c + d = 28$$

olduğuna göre, a + c kaçtır?

- A) 4 B) 6 C) 8 D) 12 E) 15

11. a, b ve c pozitif tamsayılardır.

$$\frac{a}{0,4} = \frac{b}{5} = \frac{c}{0,5} \text{ ve } a + c = 18$$

olduğuna göre, b kaçtır?

- A) 40 B) 60 C) 80 D) 96 E) 100

12. $3a = 2b$ ve $3b = 5c$

olduğuna göre, $\frac{c}{a}$ oranı kaçtır?

- A) $\frac{3}{5}$ B) $\frac{9}{10}$ C) $\frac{3}{2}$ D) $\frac{5}{3}$ E) $\frac{21}{10}$

13. a, b, c ve d pozitif reel sayılardır.

$$\frac{a.b}{c.d} = k$$

ifadesinde k orantı sabiti olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) a ile b ters orantılıdır.
 B) a ile d doğru orantılıdır.
 C) b ile c ters orantılıdır.
 D) b ile d doğru orantılıdır.
 E) c ile d ters orantılıdır.

14. $x + 1$ ile $y - 2$ doğru orantılıdır.

$x = 5$ iken $y = 4$ olduğuna göre, $y = 10$ iken x kaç olur?

- A) 6 B) 9 C) 15 D) 18 E) 23

15. $2x - 1$ ile y ters orantılıdır.

$x = 5$ iken $y = 2$ olduğuna göre, $x = 2$ iken y kaç olur?

- A) 3 B) 4 C) 6 D) 8 E) 9

16. x sayısı, y ile doğru, z + 2 ile ters orantılıdır.

$x = 4$, $y = 2$ olduğunda $z = 1$ olduğuna göre, $x = 6$, $y = 12$ iken z kaç olur?

- A) 10 B) 12 C) 15 D) 18 E) 24

1. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) $\frac{a+c}{b+d} = k$ B) $\frac{2a+3c}{2b+3d} = k$ C) $\frac{a-c}{b-d} = k$

D) $\frac{a.c}{b.d} = k$ E) $\frac{a.d}{b.c} = 1$

2. $a:b:c = 3:4:5$ ve

$a + b - c = 10$ olduğuna göre, b kaçtır?

- A) 8 B) 10 C) 20 D) 24 E) 32

3. Sevgi'nin yaşıının, Ayşe'nin yaşına oranı $\frac{3}{4}$, Ayşe'nin yaşıının Fatma'nın yaşına oranı $\frac{3}{5}$ tir.

Sevgi, Fatma'dan 22 yaş küçük olduğuna göre, Ayşe'nin yaşı kaçtır?

- A) 12 B) 18 C) 24 D) 30 E) 36

4. Bir üçgenin iç açıları 3, 4 ve 5 ile orantılı olduğuna göre, bu üçgenin en küçük iç açısı kaç derecedir?

- A) 30 B) 40 C) 45 D) 50 E) 55

5. 58 tane kalem, 2 ve 3 yaşındaki çocuklara yaşlarıyla ters, 4 yaşındaki çocuğa yaşıyla doğru orantılı olacak şekilde dağıtılmıyor.

Buna göre, en az kalem olan çocuk kaç tane kalem almıştır?

- A) 4 B) 6 C) 9 D) 10 E) 12

6. Üç kardeşin yaşıları 3, 4 ve 7 sayıları ile doğru orantılıdır. Ortanca kardeşin yaşı 28 olduğuna göre, üç kardeşin yaşıları toplamı kaçtır?

- A) 56 B) 72 C) 84 D) 96 E) 98

7. Bir sınıfındaki kızlar ve erkeklerin sayısı sırasıyla 2,8 ve 3,5 ile orantılıdır. Sınıf mevcudu 54 olduğuna göre, kızların sayısı kaçtır?

- A) 12 B) 16 C) 18 D) 20 E) 24

8. 24 kg undan 80 tane ekmek yapılabildiğine göre, aynı şartlarda 110 tane ekmek yapmak için kaç kg un gereklidir?

- A) 28 B) 30 C) 33 D) 35 E) 39

- 9.** Bir işi eşit kapasitedeki 3 işçi 40 günde yapabildiğine göre, kapasiteleri bu işçilere eşit olan 8 işçi aynı hızla çalışarak kaç günde yapabilirler?

A) 12 B) 15 C) 18 D) 20 E) 30

- 10.** Kapasiteleri eşit bir grup işçi bir işi 20 günde yapabiliyor. Kapasiteleri bu işçilere aynı olan 4 işçi daha geldiğinde aynı iş 15 günde bitiyor.

Buna göre, başlangıçta kaç tane işçi vardır?

A) 8 B) 10 C) 12 D) 14 E) 16

- 11.** Birbirini çeviren iki çarktan ön dişli 5 defa döndüğünde arka dişli 3 defa dönmektedir.

Bu iki çarkta toplam 48 tane diş olduğuna göre, arka dişlide kaç tane diş vardır?

A) 12 B) 18 C) 24 D) 30 E) 36

- 12.** Naci'nin çalışma hızının, Serkan'ın çalışma hızına oranı $\frac{2}{5}$ tır.

İkisinin 20 saatte yaptığı bir işi, aynı hızla Serkan tek başına kaç saatte yapar?

A) 18 B) 25 C) 28 D) 32 E) 35

- 13.** 32 kişilik bir topluluğun 60 gün yetecek yiyeceği vardır. Bu topluluktan 10 gün sonra 7 kişi ayrılsa, kalan yiyecekler kalan kişilere kaç gün yeter?

(Topluluktaki her birey bir günde eşit miktarda yemek yemektedir.)

A) 45 B) 48 C) 54 D) 60 E) 64

- 14.** 8 kg iplik ile 60 cm genişliğinde, 24 metre kumaş dokunabiliyor.

Aynı iplikten 10 kg ile 40 cm genişliğinde kaç metre kumaş dokunabilir?

A) 20 B) 24 C) 25 D) 30 E) 45

- 15.** Günde 15 saat çalışarak 20 parça işi 8 günde yapan bir işçi, aynı hızla günde 6 saat çalışarak 9 parça işi kaç günde yapar?

A) 6 B) 8 C) 9 D) 10 E) 15

- 16.** 6 işçi günde 8 saat çalışarak 20 parçalık işi 4 günde yapabiliyor.

Buna göre, aynı özellikteki 10 parça işi aynı kapasitedeki 4 işçi günde 3 saat çalışarak kaç günde yapabiliyor?

A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

- 1.** 4, 7 ve 13 sayılarının aritmetik ortalaması kaçtır?

A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 15

- 2.** 2^{21} , 2^{19} , 2^{18} ve $10 \cdot 2^{17}$ sayılarının aritmetik ortalaması kaçtır?

A) 2^{17} B) 2^{18} C) 2^{19} D) 2^{20} E) 2^{21}

- 3.** Menekşe ile beş arkadaşının yaş ortalaması 20 dir.

Menekşe 5 yaşında olduğuna göre, diğer arkadaşlarının yaş ortalaması kaçtır?

A) 18 B) 20 C) 22 D) 23 E) 24

- 4.** 12 tane sayının aritmetik ortalaması 20 dir. Bu sayılarla aritmetik ortalaması 30 olan üç sayı daha ekleniyor.

Buna göre, oluşan 15 sayının aritmetik ortalaması kaç olur?

A) 21 B) 22 C) 23 D) 24 E) 25

- 5.** Fuzuli ile Baki'nın yaş ortalaması 19, Baki ile Zekai'nın yaş ortalaması 28, Fuzuli ile Zekai'nın yaş ortalaması 22 olduğuna göre, **Fuzuli, Baki ve Zekai'nın yaş ortalaması kaçtır?**

A) 21 B) 22 C) 23 D) 24 E) 25

- 6.** Dört kişinin yaş ortalaması 22 dir. Bu topluluğa bir kişi daha geldiğinde topluluğun yaş ortalaması 25 oluyor.

Buna göre, gelen kişinin yaşı kaçtır?

A) 25 B) 30 C) 35 D) 37 E) 43

- 7.** a ile b nin aritmetik ortalaması $2b + 4$, b ile c nin aritmetik ortalaması $c + 2$ olduğuna göre, c nin türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $a - 3$ B) $\frac{a - 3}{2}$ C) $\frac{a - 5}{2}$
 D) $\frac{a + 15}{4}$ E) $\frac{a - 20}{3}$

- 8.** aa ve bb iki basamaklı sayılarının aritmetik ortalaması 44 olduğuna göre, üç basamaklı $a1b$ ve $b1a$ sayılarının aritmetik ortalaması kaç olur?

A) 141 B) 222 C) 333 D) 414 E) 444

9. 2, 14 ve 98 sayılarının geometrik ortalaması kaçtır?

- A) 6 B) 10 C) 14 D) 15 E) 21

10. $\sqrt{17} + 1$ ile $\sqrt{17} - 1$ sayılarının geometrik ortalaması kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 8 E) 6

11. 2^9 , 3^6 ve 5^3 sayılarının geometrik ortalaması kaçtır?

- A) 120 B) 240 C) 360 D) 720 E) 1800

12. 30 ve 45 sayılarının harmonik ortalaması kaçtır?

- A) 25 B) 32 C) 36 D) 39 E) 42

13. $3x + y$ ile $x - y$ sayılarının aritmetik ortalaması 8 olduğuna göre, $2x + 1$ ile $x + 21$ sayılarının geometrik ortalaması kaçtır?

- A) 10 B) 12 C) 15 D) 18 E) 20

14. İki sayının aritmetik ortalaması 9, harmonik ortalaması 8 olduğuna göre, geometrik ortalaması kaçtır?

- A) 6 B) 8 C) $4\sqrt{3}$ D) $6\sqrt{2}$ E) $8\sqrt{2}$

15. a ve b tamsayılardır.

$2a + b$ ile $3a - 5b$ sayılarının aritmetik ve geometrik ortalamaları birbirine eşit olduğuna göre, a + b aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) 45 B) 55 C) 60 D) 70 E) 72

16. $x - y = 10$ olmak üzere,
x ile y nin geometrik ortalaması 4 olduğuna göre, $x^2 + y^2$ kaçtır?

- A) 64 B) 92 C) 100 D) 108 E) 132

- 1.** 4 farklı pozitif tamsayının aritmetik ortalaması 9 olduğuna göre, **bu sayılarından en büyük olan en fazla kaç olabilir?**

A) 12 B) 15 C) 24 D) 27 E) 30

- 2.** 23 tane sayının aritmetik ortalaması 14 tür. Bu sayıların herbirine 2 eklenirse oluşan yeni sayıların aritmetik ortalaması kaç olur?

A) 16 B) 18 C) 20 D) 21 E) 22

- 3.** Bir sınıfındaki erkeklerin sayısının kızların sayısına oranı $\frac{2}{3}$ tür.

Bu sınıftaki kız öğrencilerin ağırlık ortalaması 54 kg, erkek öğrencilerin kilo ortalaması 69 kg olduğuna göre, bu sınıftaki tüm öğrencilerin kilo ortalaması kaçtır?

A) 60 B) 61 C) 63 D) 64 E) 66

- 4.** 10 ile bölündüğünde 2 kalanını veren iki basamaklı doğal sayıların aritmetik ortalaması kaçtır?

A) 40 B) 48 C) 50 D) 52 E) 56

- 5.** Yaş ortalaması 18 olan bir gruba, 5 kişi daha katıldığında gruptaki kişilerin yaş ortalaması değişmemektedir.

Buna göre, gruba sonradan katılan 5 kişinin yaşları toplamı kaçtır?

A) 18 B) 36 C) 60 D) 90 E) 180

- 6.** Yaş ortalaması 12 olan bir gruba, yaşları birbirinden farklı tamsayı olan 4 kişi daha katıldığında grubun yaş ortalaması azalmaktadır.

Buna göre, sonradan katılan 4 kişiden yaşı en büyük olan kişinin yaşı en fazla kaç olabilir?

A) 15 B) 24 C) 36 D) 39 E) 41

- 7.** 1 den 20 ye kadar olan doğal sayılarından 6 tanesi seçiliyor.

Kalan sayıların aritmetik ortalaması ile seçilen sayıların aritmetik ortalaması birbirine eşit olduğuna göre, seçilen 6 tane sayısının toplamı kaçtır?

A) 55 B) 63 C) 72 D) 96 E) 110

- 8.** Bir öğrenci x gün boyunca günde 180 sayfa, y gün boyunca günde 300 sayfa kitap okumuştur.

$x > y$ olduğuna göre, bu öğrencinin günlük ortalama okuduğu sayfa sayısı aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) 150 B) 200 C) 240 D) 260 E) 290

- 9.** I. Bir topluluktaki kişilerin sayısı ve toplulukta bulunan kişilerin yaşlarının ortalaması bilinirse bu toplulukta bulunanların yaşları toplamı bulunabilir.
 II. Bir topluluktan 1 kişi ayrıldığında toplulukta bulunanların yaş ortalaması değişir.
 III. Bir toplulukta bulunan kişilerden yaşça en büyük ve en küçük olanların yaşı biliniyorsa, bu toplulukta bulunanların yaş ortalaması hesaplanabilir.

Yukarıda verilen yargılardan hangileri daima doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
 D) I ve III E) I, II ve III

- 10.** Bir toplulukta bulunan kişilerin yaş ortalaması hesaplanıyor.

Buna göre,

- I. Bu topluluğa dışarıdan bir kişi geldiğinde,
 II. Bu topluluktan yaşı, topluluğun yaş ortalamasından farklı bir kişi ayrıldığında,
 III. Topluluğa, yaşıları topluluğun yaş ortalamasından farklı iki kişi geldiğinde,

topluluğun yaş ortalaması, yukarıdaki olaylardan hangileri ile kesinlikle değişir?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
 D) I ve II E) II ve III

Notlar	1	2	3	4	5
Öğrenci Sayısı	6	3	4	5	2

Yukarıdaki tabloda 20 kişilik bir sınıfta öğrencilerein coğrafya dersinden aldığı notlar verilmiştir.

Buna göre, bu sınıftaki öğrencilerin coğrafya dersi not ortalaması kaçtır?

- A) 2 B) 2,4 C) 2,7 D) 3 E) 3,2

- 12.** a ve b pozitif sayılardır.
 $a > b$ olmak üzere,
a ile b nin aritmetik ortalaması x, geometrik ortalaması y, harmonik ortalaması z olduğuna göre aşağıdakilerden hangisi doğrudur?
- A) $a > b > x > y > z$ B) $x > y > z > a > b$
 C) $a > x > y > z > b$ D) $a > z > y > x > b$
 E) $a > y > x > z > b$

- 13. Üç tane pozitif sayının aritmetik ortalaması 12 olduğuna göre, bu sayıların geometrik ortalaması en fazla kaç olur?**

- A) $6\sqrt{2}$ B) 9 C) 10
 D) 12 E) $9\sqrt{2}$

- 14. Bir öğrenci, doğru olduğunu düşündüğü bir iddiayı aşağıdaki gibi ispatlamıştır.**

$$\text{iddia: } x + \frac{3}{x} \geq 2\sqrt{3} \text{ tür.}$$

Öğrencinin ispatı:

- I. Pozitif iki reel sayının aritmetik ortalaması her zaman geometrik ortalamasından büyük yada geometrik ortalamasına eşittir.

$$\text{II. } \frac{x + \frac{3}{x}}{2} \geq \sqrt{x \cdot \frac{3}{x}}$$

$$\text{III. } \frac{x + \frac{3}{x}}{2} \geq \sqrt{3}$$

$$\text{IV. } x + \frac{3}{x} \geq 2\sqrt{3}$$

Buna göre, numaralandırılmış adımlarla ilgili aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) I. adımda hata yapılmıştır.
 B) II. adımda hata yapılmıştır.
 C) III. adımda hata yapılmıştır.
 D) IV. adımda hata yapılmıştır.
 E) İspat hatasız yapılmıştır.