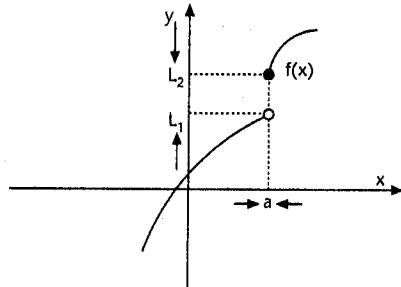


Bir fonksiyonun herhangi bir noktadaki limitini şe-kildeki grafik üzerinde açıklayalım.



Şekilde a gibi bir noktaya soldan artan değerlerle yaklaşılırsa fonksiyon artarak L_1 gibi bir noktaya yakınsar, buna fonksiyonun soldan limiti denir.

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = L_1 \text{ olarak gösterilir.}$$

a noktasına azalan değerlerle yaklaşılırsa fonksiyon azalarak L_2 gibi bir noktaya yakınsar, buna fonksiyonun sağdan limiti denir.

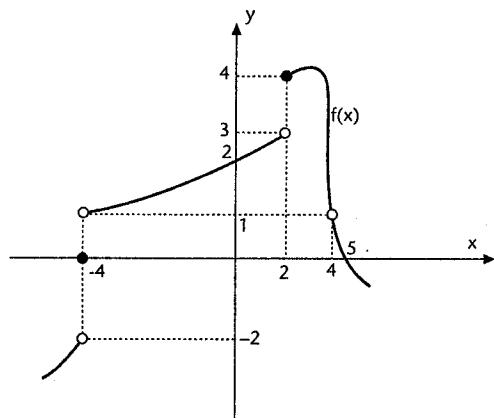
$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = L_2 \text{ olarak gösterilir.}$$

Fonksiyonun $x = a$ noktasında limiti varsa, sağdan ve soldan limitleri eşittir.

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$$

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) \text{ ise limit yoktur.}$$

Örnek:



$$\lim_{x \rightarrow -4^-} f(x) = -2$$

$$\lim_{x \rightarrow -4^+} f(x) = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 3$$

$$\lim_{x \rightarrow 5} f(x) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 4$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = 0$$

Uyarı: Sağdan ve soldan limitler özel tanımlı fonksiyonların kritik noktalarında incelenir. $x = a$ noktası kritik nokta değilse $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$ dir.

Örnek:

$$f(x) = x^2 - 3x + 7 \text{ ise } \lim_{x \rightarrow 2} f(x) \text{ kaçtır?}$$

Cözüm:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - 3x + 7) &= 2^2 - 3 \cdot 2 + 7 \\ &= 4 - 6 + 7 \\ &= 5 \text{ dir.} \end{aligned}$$

Örnek:

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 3x + 4}{x - 1} \text{ değeri kaçtır?}$$

Cözüm:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 3x + 4}{x - 1} &= \frac{9 - 9 + 4}{3 - 1} \\ &= \frac{4}{2} = 2 \text{ dir.} \end{aligned}$$

Örnek:

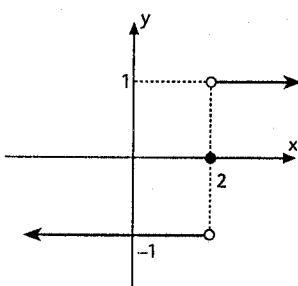
$$f(x) = \text{Sgn}(x - 2) \text{ ise } \lim_{x \rightarrow 2} f(x) \text{ değerini bulunuz.}$$

Cözüm:

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 1$$

Sağdan ve soldan limitler farklı olduğu için $x = 2$ noktasında limit yoktur.

**Örnek:**

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{|x-2|}{x-2}$$
 limitini bulunuz.

Çözüm:

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{|x-2|}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x-2}{x-2} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{|x-2|}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x-2)}{x-2} = -1$$

$x = 2$ noktasında limiti yoktur.

Örnek:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \llbracket 3x + 4 \rrbracket$$
 limitini bulunuz.

Çözüm:

$h > 0$ olmak üzere, x yerine $x = 2 - h$ yazılırsa;

$$\begin{aligned} \lim_{h \rightarrow 0} \llbracket 3(2-h) + 4 \rrbracket &= \lim_{h \rightarrow 0} \llbracket 6 - 3h + 4 \rrbracket \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \llbracket 10 - 3h \rrbracket \\ &= 10 + \lim_{h \rightarrow 0} \llbracket -3h \rrbracket \\ &= 10 - 1 = 9 \text{ dur.} \end{aligned}$$

İI. yol: x yerine 2 ye çok yakın 2 den küçük bir değer verilirse örneğin $x = 1,9$ için

$$\llbracket 3x + 4 \rrbracket = \llbracket 3 \cdot 1,9 + 4 \rrbracket = \llbracket 9,7 \rrbracket = 9 \text{ bulunur.}$$

Örnek:

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \llbracket 5x - 2 \rrbracket$$
 limitini bulunuz.

Çözüm:

$x = 3$ için tam değer içi tamsayıdır.

$$x = 3 \text{ için } \llbracket 5 \cdot 3 - 2 \rrbracket = 13$$

$x < 3$ için $\llbracket 5x - 2 \rrbracket < 13$ tür. O hâlde;

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \llbracket 5x - 2 \rrbracket = 12 \text{ bulunur.}$$

Örnek:

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \llbracket (4x)^2 \rrbracket$$
 limiti kaçtır?

Çözüm:

$$x = 2 \text{ için } 4x = 8$$

$$x < 2 \text{ için } 4x < 8$$

$$x < 2 \text{ için } (4x)^2 < 64$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \llbracket (4x)^2 \rrbracket = 63 \text{ tür.}$$

Örnek:

$$\lim_{x \rightarrow -3^-} \llbracket 2x - 5 \rrbracket$$
 limiti kaçtır?

Çözüm:

$$x = -3,1 \text{ yazalım}$$

$$\lim_{x \rightarrow -3^-} f(x) = \llbracket 2 \cdot (-3,1) - 5 \rrbracket$$

$$= \llbracket -6,2 - 5 \rrbracket$$

$$= \llbracket -11,2 \rrbracket = -12 \text{ dir.}$$

Not: Tam değer fonksiyonunun limitinde yaklaşık değer yerine, kritik nokta değeri verilir sonuçta +1 eklenir veya çıkarılır.

Örnek:

$$\lim_{x \rightarrow 3} \left[\frac{6-7x}{4} \right]$$
 limiti kaçtır?

Çözüm:

$x = 3$ te fonksiyon süreklidir. O hâlde;

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 3} \left[\frac{6-7x}{4} \right] &= \left[\frac{6-21}{4} \right] = \left[\frac{-15}{4} \right] \\ &= \llbracket -3,7 \dots \rrbracket = -4 \text{ tür.} \end{aligned}$$

Örnek:

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} [(x^2 - 3x) \cdot \operatorname{Sgn}(x^2 - 5x + 6) + \llbracket 3x - 1 \rrbracket]$$

ifadesinin değeri kaçtır?

Çözüm:

| | | | | | |
|----------------|----|---|----|---|----|
| x | + | 2 | - | 3 | + |
| $x^2 - 5x + 6$ | + | 0 | - | 0 | + |
| Sgn | +1 | 0 | -1 | 0 | +1 |

$x = 2$ bir kritik noktadır.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2^-} [(x^2 - 3x) \cdot \operatorname{Sgn} \underbrace{(x^2 - 5x + 6)}_{(+)} + \lfloor 3x - 1 \rfloor] \\ = (4 - 6) \cdot (+1) + 4 \\ = -2 + 4 = 2 \text{ dir.} \end{aligned}$$

Örnek:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2x}{\lfloor x \rfloor} \text{ limiti kaçtır?}$$

Çözüm:

$h > 0$ olmak üzere $x = 0 - h$ yazılırsa;

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2x}{\lfloor x \rfloor} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2(0 - h)}{\lfloor 0 - h \rfloor} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-2h}{\lfloor -h \rfloor} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-2h}{-1} = \frac{0}{-1} = 0 \text{ dir.} \end{aligned}$$

Örnek:

$$\lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{\lfloor x^2 \rfloor - 16}{x - 4} \text{ limiti kaçtır?}$$

Çözüm:

$h > 0$, $x = 4 - h$ yazılırsa,

$$\begin{aligned} \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\lfloor (4-h)^2 \rfloor - 16}{(4 - h) - 4} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{15 - 16}{-h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} = +\infty \end{aligned}$$

Örnek:

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{\lfloor x \rfloor^2 - 4}{x - 2} \text{ limiti kaçtır?}$$

Çözüm:

$h > 0$, $x = 2 + h$ yazılırsa;

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{\lfloor x \rfloor^2 - 4}{x - 2} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\lfloor 2 + h \rfloor^2 - 4}{2 + h - 2} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{4 - 4}{h} = \frac{0}{h} = 0 \text{ dir.} \end{aligned}$$

Not: $\lfloor ax+b \rfloor$ tipindeki fonksiyonların tam değerini tam sayı yapan noktalarda limit yoktur.

$\lfloor (ax+b)^2 \rfloor$ tipindeki fonksiyonlarda tamdeğerini sıfır yapan noktalarda ise limit vardır.

Örnek:

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \lfloor (x - 3)^2 + 4 \rfloor \text{ limiti kaçtır?}$$

Çözüm:

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \lfloor (x - 3)^2 + 4 \rfloor + 4 = 0 + 4 = 4$$

$\lim_{x \rightarrow 3^+} \lfloor (x - 3)^2 + 4 \rfloor + 4 = 0 + 4 = 4$ o hâlde limit 4 tür.

Limitle İlgili Özellikler:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = a \text{ ve } \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = b \text{ olsun.}$$

$$1. \lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) \pm g(x)] = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \pm \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = a \pm b$$

$$2. \lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) \cdot g(x)] = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = a \cdot b$$

3. $k \in \mathbb{R}$ olmak üzere;

$$\lim_{x \rightarrow x_0} k \cdot f(x) = k \cdot \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = k \cdot a$$

$$4. \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)}{\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)} = \frac{a}{b}, b \neq 0$$

$$5. \lim_{x \rightarrow x_0} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)} = \sqrt[n]{a}$$

$n \in \mathbb{N}^+$ ve n çift ise $a \geq 0$ olmalıdır.

$$6. \lim_{x \rightarrow x_0} |f(x)| = \left| \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \right| = |a|$$

$$7. c \in \mathbb{R}, \lim_{x \rightarrow x_0} c^{f(x)} = c^{\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)} = c^a$$

$$8. \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \leq \lim_{x \rightarrow x_0} h(x) \leq \lim_{x \rightarrow x_0} Q(x)$$

$a \leq \lim_{x \rightarrow x_0} h(x) \leq a$ ise

$$\lim_{x \rightarrow x_0} h(x) = a \text{ dir.}$$

Örnek:

$$\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 + \sqrt{2x+5} - 2) \text{ limiti kaçtır?}$$

Çözüm:

$$\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 + \sqrt{2x+5} - 2) = 4 + \sqrt{9} - 2$$

$$= 4 + 3 - 2 = 5 \text{ dir.}$$

Örnek:

$\lim_{x \rightarrow -2} 2^{x^2+3x}$ ifadesinin eşiti kaçtır?

Çözüm:

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow -2} 2^{x^2+3x} &= 2^{4-6} \\ &= 2^{-2} = \frac{1}{4} \text{ tür.}\end{aligned}$$

 ε – Tekniği ile Limit:

f: A \rightarrow R ve a \in A, L \in R olsun $\varepsilon > 0$ çok küçük bir sayı olmak üzere,

$|f(x) - L| < \varepsilon$ ve $|x - a| < \delta$ olacak biçimde bir $\delta > 0$ sayısı bulunuyorsa $f(x)$ fonksiyonunun $x \rightarrow a$ için limiti L dir denir ve $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$ şeklinde yazılır.

Dizi Tekniği ile Limit:

$\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ limiti bulunurken $\left(\pm \frac{1}{n} \right)$ dizileri ile yaklaştırılır.

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} f\left(a - \frac{1}{n}\right)$$

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} f\left(a + \frac{1}{n}\right)$$

değerleri hesaplanır.

Trigonometrik Fonksiyonların Limitleri:

a \in R olmak üzere;

$$1. \lim_{x \rightarrow a} \sin x = \sin a$$

$$2. \lim_{x \rightarrow a} \cos x = \cos a$$

$$3. \lim_{x \rightarrow a} \tan x = \tan a$$

$$4. \lim_{x \rightarrow a} \cot x = \cot a \text{ dir.}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{bx} = \frac{a}{b}, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan ax}{bx} = \frac{a}{b}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{\sin bx} = \frac{a}{b}, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan ax}{\tan bx} = \frac{a}{b}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = 1$$

Örnek:

$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x + \tan 3x}{2x} \right)$ ifadesinin eşiti kaçtır?

Çözüm:

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x}{2x} + \frac{\tan 3x}{2x} \right) &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{2x} + \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 3x}{2x} = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} = 2 \text{ dir.}\end{aligned}$$

Örnek:

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin(2-x)}{x^2-4}$ ifadesinin eşiti kaçtır?

Çözüm:

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin(2-x)}{(x-2)(x+2)} &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{0}{0} \text{ belirsizliği vardır.} \\ &= \lim_{\substack{x \rightarrow 2 \\ (2-x) \rightarrow 0}} \left[\frac{1}{-(x+2)} \cdot \underbrace{\frac{\sin(2-x)}{2-x}}_1 \right] = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{-(x+2)} \\ &= \frac{1}{-4} = -\frac{1}{4} \text{ tür.}\end{aligned}$$

Örnek:

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x^3}{x^2}$ ifadesinin eşiti kaçtır?

Çözüm:

$x \rightarrow 0$ için $x^3 \rightarrow 0$ dir.

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x}{x} \cdot \frac{\sin x^3}{x^2} \right) &= \lim_{x \rightarrow 0} x \cdot \frac{1}{x^3} \\ &= 0 \cdot 1 = 0 \text{ dir.}\end{aligned}$$

Örnek:

$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} (\sin x - \cos x - \tan 3x)$ ifadesinin eşiti kaçtır?

Çözüm:

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} (\sin x - \cos x - \tan 3x) &= \sin \frac{\pi}{4} - \cos \frac{\pi}{4} - \tan \frac{3\pi}{4} \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} - (-1) = 1 \text{ dir.}\end{aligned}$$

Örnek:

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x \sin x}{1 - \cos x}$ ifadesinin değeri kaçtır?

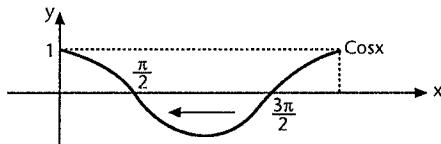
Çözüm:

$\frac{0}{0}$ belirsizliği vardır.

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x(1 + \cos x) \sin x}{(1 - \cos x)(1 + \cos x)} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x(1 + \cos x) \sin x}{1 - \cos^2 x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x(1 + \cos x) \sin x}{\sin^2 x} = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2x}{\sin x} \right) \cdot (1 + \cos x) \\ &= 2 \cdot (1 + 1) = 4 \text{ tür.}\end{aligned}$$

Örnek:

$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{\cos x}{|\cos x|}$ ifadesinin değeri kaçtır?

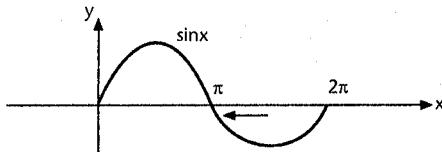
Çözüm:

$x > \frac{\pi}{2}^+$ için $\cos x < 0$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{\cos x}{-\cos x} = -1 \text{ dir.}$$

Örnek:

$\lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{[\sin x]}{\sin x}$ ifadesinin değerini bulunuz.

Çözüm:

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{[\sin x]}{\sin x} &= \lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{-1}{\sin x} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-1}{\sin(\pi + h)} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-1}{-\sin h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{\sin h} = \frac{1}{0} = +\infty \text{ bulunur.}\end{aligned}$$

Örnek:

$\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sin 2x - \sin 2a}{x - a}$ ifadesinin değerini bulunuz.

Çözüm:

Dönüşüm formülü kullanırsak;

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow a} \frac{2 \sin \frac{2x - 2a}{2} \cdot \cos \frac{2x + 2a}{2}}{x - a} \\ &= \lim_{x \rightarrow a} \frac{2 \cdot \sin(x - a) \cdot \cos(x + a)}{x - a} \\ &= 2 \cdot \lim_{x \rightarrow a} \underbrace{\frac{\sin(x - a)}{x - a}}_1 \cdot \cos(x + a) \\ &= 2 \cdot \cos(a + a) = 2 \cos 2a \text{ bulunur.}\end{aligned}$$

Not: Bu tür soruların L'hospital kuralıyla çözülmemesi tavsiye edilir.

Örnek:

$\lim_{x \rightarrow \pi^-} 2^{[\cos x]}$ ifadesinin değeri kaçtır?

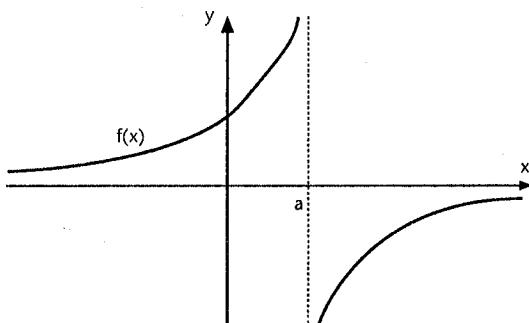
Çözüm:

$$\begin{aligned}x = \pi^- \text{ için } -1 < \cos x < 0 \text{ ve } [\cos x] = -1 \\ \lim_{x \rightarrow \pi^-} 2^{[\cos x]} = 2^{-1} = \frac{1}{2} \text{ dir.}\end{aligned}$$

Genişletilmiş Reel Sayılar Kümesinde Limit:

Reel sayılar kümesine $-\infty$ ve $+\infty$ un ilave edilmesiyle elde edilen kümeye genişletilmiş reel sayılar kümesi denir.

$\bar{R} = R \cup \{-\infty, +\infty\}$ şeklinde gösterilir.



$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$$

Örnek:

$$1. \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x} = \frac{1}{0^-} = -\infty$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} = \frac{1}{0^+} = +\infty$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{[|x|] - 4}{x - 4} = \frac{3 - 4}{0^-} = \frac{-1}{0^-} = +\infty$$

$$4. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5}{2x + 1} = \frac{5}{+\infty} = 0$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0^-} 7^x = 7^{0^-} = 7^{-\infty} = \frac{1}{7^\infty} = \frac{1}{\infty} = 0$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{-3x + 2}{x - 2} = \frac{-4}{0^+} = -\infty$$

Polinomların Limiti:

Polinom fonksiyonlarının $\pm \infty$ için limitlerinde, polinomun en yüksek dereceli terimlerinin $\pm \infty$ için limite bakılır. Belirsizlik yoksa küçük dereceli terimler ihmal edilir.

Örnek:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (2x^2 - 3x + 4) = 2 \cdot (+\infty)^2 = \infty$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} (-4x^3 + 4x - 1) &= -4 \cdot (-\infty)^3 \\ &= -4 \cdot (-\infty) = +\infty \end{aligned}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (5x^3 - 7x + 4) = 5 \cdot (-\infty)^3 = 5 \cdot (-\infty)$$

$= -\infty$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^n + x^{n-1} + \dots}{bx^m + x^{m-t} + \dots} = \begin{cases} \infty & , n > m \\ \frac{a}{b} & , n = m \\ 0 & , n < m \end{cases}$$

Örnek:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 - 3x + 4}{2x^2 + 2x - 1} \text{ ifadesinin eşiti kaçtır?}$$

Çözüm:

Pay ve paydanın dereceleri eşit olduğu için,

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 - 3x + 4}{2x^2 + 2x - 1} = \frac{5}{2} \text{ dir.}$$

Örnek:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 2x^2 - 1}{2x^2 - 3x} \text{ limitini bulunuz.}$$

Çözüm:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 \left(1 - \frac{2}{x} - \frac{1}{x^3}\right)}{x^2 \left(2 - \frac{3}{x}\right)} \\ = \frac{\infty \left(1 - \frac{2}{\infty} - \frac{1}{\infty^3}\right)}{\left(2 - \frac{3}{\infty}\right)} = \frac{\infty(1 - 0 - 0)}{2 - 0} = \infty \text{ dur.} \end{aligned}$$

Örnek:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+3}{x^2+x+1} \text{ ifadesinin değeri kaçtır?}$$

Çözüm:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+3}{x^2+x+1} = 0$$

Paydanın derecesi büyük olduğu için limit sıfırdır.

Örnek:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^3 - 4x^2 - 1}{x^2 + 2x + 5} \text{ limitini bulunuz.}$$

Çözüm:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^3}{x^2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} 2x = 2(-\infty) = -\infty$$

Örnek:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4x^2 - 3x + 4} + \sqrt{x^2 - x + 1}}{2x + 4} \text{ ifadesinin değeri kaçtır?}$$

Çözüm:

Polinomlarda $\pm \infty$ için limitlerde belirsizlik yoksa küçük dereceli terimler ihmal edilir.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4x^2} + \sqrt{x^2}}{2x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2|x| + |x|}{2x}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x}{2x} = \frac{3}{2} \text{ dir.}$$

Örnek:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 5x + 1} + \sqrt{4x^2 - 1}}{2x + 1 + \sqrt{9x^2 - 2x + 1}}$$

ifadesinin değeri kaçtır?

kaçtır?

Çözüm:

$$\begin{aligned} & \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 5x + 1} + \sqrt{4x^2 - 1}}{2x + 1 + \sqrt{9x^2 - 2x + 1}} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|x| + 2|x|}{2x + 1 + |3x|} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x - 2x}{2x + 1 - 3x} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3x}{-x + 1} = \frac{-3}{-1} = 3 \text{ tür.} \end{aligned}$$

Örnek:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{[\![x]\!]} \text{ ifadesinin değeri kaçtır?}$$

Çözüm:

$$[\![x]\!] \leq x < [\![x]\!] + 1 \text{ ve}$$

$$\frac{[\![x]\!]}{[\![x]\!]} \leq \frac{x}{[\![x]\!]} < \frac{[\![x]\!] + 1}{[\![x]\!]}$$

$$1 \leq \frac{x}{[\![x]\!]} < 1 + \frac{1}{[\![x]\!]}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} 1 \leq \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{[\![x]\!]} < \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{[\![x]\!]}\right)$$

$$1 \leq \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{[\![x]\!]} < 1$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{[\![x]\!]} = 1 \text{ dir.}$$

BELİRSİZLİKLER

$$\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}, 0 \cdot \infty, \infty - \infty, 0^0, 1^\infty, \infty^0$$

limitte belirsiz durumlardır.

 $\frac{0}{0}$ Belirsizliği:

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{f(a)}{g(a)} = \frac{0}{0}$$

Belirsizlikten kurtarmak için polinom türündeki ifadeler çarpanlara ayrılır. Köklü ifadeler ise eşlenikleri ile çarpılır.

Örnek:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x - 2} \text{ ifadesinin değeri kaçtır?}$$

Çözüm:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x - 2} = \frac{0}{0}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x - 2)(x^2 + 2x + 4)}{(x - 2)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} (x^2 + 2x + 4)$$

$$= 4 + 4 + 4 = 12 \text{ dir.}$$

Örnek:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(2x^2 + 3x - 5)}{x - 1} \text{ ifadesinin değeri kaçtır?}$$

Çözüm:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 + 3x - 5}{x - 1} = \frac{0}{0}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - 1)(2x + 5)}{(x - 1)} = \lim_{x \rightarrow 1} (2x + 5)$$

$$= 2 \cdot 1 + 5 = 7 \text{ dir.}$$

Örnek:

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x-2}}{x^2 - 16} \text{ ifadesinin değeri kaçtır?}$$

Çözüm:

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x-2}}{x^2 - 16} = \frac{0}{0} \text{ kökün eşleniği ile çarpılırsa;}$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{(\sqrt{x-2})(\sqrt{x+2})}{(\sqrt{x+2})(x^2 - 16)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x-4)}{(\sqrt{x+2})(x-4)(x+4)}$$

$$= \frac{1}{(2+2)(4+4)}$$

$$= \frac{1}{4 \cdot 8} = \frac{1}{32} \text{ dir.}$$

Örnek:

$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2 + mx + 3}{x^2 - x - 6}$ ifadesi bir reel sayı olduğuna göre m kaçtır?

Çözüm:

$x = 3$ için payda (0) dır. Limit reel sayı olduğuna göre $\frac{0}{0}$ belirsizliği vardır. Payındaki polinom $(x - 3)$ e tam bölünmelidir. $P(3) = 0$ olmalıdır.

$$2 \cdot 3^2 + m \cdot 3 + 3 = 0$$

$$18 + 3m + 3 = 0 \Rightarrow 3m = -21$$

$$m = -7 \text{ dir.}$$
Örnek:

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{15} - 1}{x - 1}$ ifadesinin değeri kaçtır?

Çözüm:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{15} - 1}{x - 1} = \frac{0}{0}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x^{14} + x^{13} + \dots + 1)}{(x-1)}$$

$$= \underbrace{(1+1+1+\dots+1)}_{15 \text{ tane}} = 15 \text{ tır.}$$

Örnek:

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x^2}{1 - \cos x}$ ifadesinin değeri kaçtır?

Çözüm:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x^2}{1 - \cos x} = \frac{0}{0}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x^2(1 + \cos x)}{(1 - \cos x)(1 + \cos x)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x^2 \cdot (1 + \cos x)}{1 - \cos^2 x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{\sin^2 x} 4 \cdot (1 + \cos x)$$

$$= 1 \cdot 4 \cdot (1 + 1) = 8 \text{ dir.}$$

 $\frac{\infty}{\infty}$ Belirsizliği:

$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\infty}{\infty}$ ise belirsizlikten kurtarmak için polinom türündeki ifadelerin limitinden faydalansın.

Örnek:

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x + \sqrt{x^2 + 3x - 1}}{\sqrt{4x^2 - 3x + 1}}$ ifadesinin değeri kaçtır?

Çözüm:

$\frac{\infty}{\infty}$ Belirsizliği vardır.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x + \sqrt{x^2}}{\sqrt{4x^2}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x + |x|}{2|x|}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x + x}{2x} = \frac{3}{2} \text{ dir.}$$

Örnek:

$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x - \sqrt{4x^2 + x - 2}}{\sqrt{9x^2 + 2x - 2x}}$ ifadesinin değeri kaçtır?

Çözüm:

$$\frac{\infty}{\infty}$$
 Belirsizliği vardır.
$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x - \sqrt{4x^2}}{\sqrt{9x^2 - 2x}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x - 2|x|}{3|x| - 2x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x - (-2x)}{-3x - 2x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{7x}{-5x} = -\frac{7}{5} \text{ tır.}$$

Örnek:

$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 - 2x^3}{3x^3 + 2x^2 - 3}$ ifadesinin değeri kaçtır?

Çözüm:

$\frac{\infty}{\infty}$ belirsizliği vardır.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2x^3 + 1}{3x^3 + 2x^2 - 3} = -\frac{2}{3} \text{ tür.}$$

(Dereceler eşit olduğu için katsayıların oranı limiti verir.)

$\infty - \infty$ Belirsizliği:

$$\lim_{x \rightarrow a} (f(x) - g(x)) = f(a) - g(a) \\ = \infty - \infty$$

Belirsizliğinde köklü ifadeler varsa eşleniği ile çarpılarak, rasyonel ifadeler $\frac{0}{0}$ veya $\frac{\infty}{\infty}$ belirsizlikleri- ne dönüştürülür.

Örnek:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x^2 - x} - \frac{1}{x-1} \right) \text{ ifadesinin değeri kaçtır?}$$

Çözüm:

$\infty - \infty$ belirsizliği vardır.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x(x-1)} - \frac{1}{x-1} \right) \text{ payda eşitlenirse;}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x}{x(x-1)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-(x-1)}{x(x-1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-1}{x} = -1 \text{ dir.}$$

Örnek:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{4x^2 - 3x + 4 - 2x - 1} \text{ ifadesinin değeri kaçtır?}$$

Çözüm:

$\infty - \infty$ belirsizliği vardır. Kökün eşleniği ile pay ve payda çarpılırsa;

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(4x^2 - 3x + 4) - (2x + 1)^2}{\sqrt{4x^2 - 3x + 4 + (2x + 1)}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 - 3x + 4 - 4x^2 - 4x - 1}{2|x| + 2x + 1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-7x + 3}{4x + 1} = -\frac{7}{4} \text{ tür.}$$

Örnek:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + 8x - 4} + x) \text{ ifadesinin değeri kaçtır?}$$

Çözüm:

$\infty - \infty$ belirsizliği vardır. Kökün eşleniği ile pay ve payda çarpılırsa;

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(x^2 + 8x - 4) - x^2}{(\sqrt{x^2 + 8x - 4} - x)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{8x - 4}{|x| - x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{8x - 4}{-x - x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{8x - 4}{-2x} = -4 \text{ tür.}$$

$$\text{UYARI: } \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{ax^2 + bx + c} = \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{a} \left| x + \frac{b}{2a} \right| \text{ formülünde kullanılabilir. (} a > 0 \text{)}$$

 $0 \cdot \infty$ Belirsizliği:

$\lim_{x \rightarrow a} f(x).g(x) = f(a).g(a) = 0 \cdot \infty$ ise belirsizlikten kurtarmak için,

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{1} &= \frac{f(a)}{1} = \frac{0}{0} \text{ veya} \\ &= \frac{g(a)}{1} = \frac{\infty}{\infty} \\ &= \frac{1}{f(a)} \end{aligned}$$

belirsizliklerine dönüştürülür.

Örnek:

$$\lim_{x \rightarrow 0} (3x \cdot \cot 2x) \text{ ifadesinin değeri kaçtır?}$$

Çözüm:

$$\lim_{x \rightarrow 0} 3x \cdot \cot 2x = 0 \cdot \infty \text{ dur.}$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{1} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{\tan 2x} \\ &= \frac{3}{2} \text{ dir.} \end{aligned}$$

Örnek:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} 2x \cdot \sin \frac{5}{x} \text{ ifadesinin değeri kaçtır?}$$

Çözüm:

$\infty \cdot 0$ belirsizliği vardır.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin \frac{5}{x}}{\frac{1}{2x}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin \frac{5}{x}}{\frac{1}{10} \cdot \frac{5}{x}}$$

$x \rightarrow \infty$ için $\frac{5}{x} \rightarrow 0$ dir.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} 10 \cdot \frac{\sin \frac{5}{x}}{\frac{5}{x}} = 10 \cdot 1 = 10 \text{ dur.}$$

Örnek:

$\lim_{x \rightarrow \pi} (2x - 2\pi) \cdot \cot x$ ifadesinin değeri kaçtır?

Çözüm:

∞ . 0 belirsizliği vardır.

$$\lim_{x \rightarrow \pi} 2(x - \pi) \frac{\cos x}{\sin x}$$

$\sin x = \sin(\pi - x)$ yazılırsa;

$$= \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{-2(\pi - x) \cdot \cos x}{\sin(\pi - x)}$$

$$= -2 \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\pi - x}{\sin(\pi - x)} \cdot \cos x$$

$$= -2 \cdot 1 \cdot \cos \pi$$

$$= -2 \cdot 1 \cdot (-1) = 2 \text{ dir.}$$

Örnek:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+7}{2x+4} \right)^{5x+7} \text{ ifadesinin değeri kaçtır?}$$

Çözüm:

Pay payda bölündürse 1[∞] belirsizliği vardır.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{2x+4} \right)^{5x+7}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{2x+4} \right)^{(2x+4) \cdot \frac{5x+7}{2x+4}}$$

$$= (e^3)^2 = e^{\frac{15}{2}} \text{ bulunur.}$$

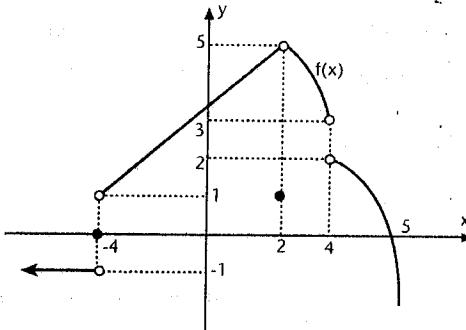
FONKSİYONLarda SÜREKLİLİK

$f: A \rightarrow \mathbb{R}$ ve $a \in A$ olsun, f fonksiyonunun $x = a$ noktasında sürekli olması için;

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a) \text{ olmalıdır.}$$

$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a)$ ise $f, x = a$ da soldan sürekli,

$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$ ise $f, x = a$ da sağdan süreklidir.



1. $\lim_{x \rightarrow -4^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow -4^+} f(x)$ olduğu için $f, x = -4$ te süreksizdir.

2. $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 5, f(2) = 1$ olduğu için $f, x = 2$ de süreksizdir.

3. $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = 3 \\ \lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) = 2 \end{cases}$ $f, x = 4$ te süreksizdir.

UYARI: f fonksiyonu tanımsız olduğu değerler için süreksizdir.

Örnek:

$f(x) = \frac{2x+1}{x^2 - x - 2}$ fonksiyonu hangi noktalarda süreksizdir.

Çözüm:

Fonksiyon paydayı sıfırda eşit yapan değerlerde tanımsız ve bu noktalarda süreksizdir.

$x^2 - x - 2 = 0$ için $x = -1$ ve $x = 2$ noktalarında süreksizdir.

Örnek:

$f(x) = \begin{cases} 2x-1 & , x > 2 \text{ ise} \\ x+2 & , x \leq 2 \text{ ise} \end{cases}$ fonksiyonu $x = 2$ noktasında sürekli midir?

Çözüm:

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} 2x-1 = 4-1=3 \text{ ve } \lim_{x \rightarrow 2^-} (x+2) = 2+2=4$$

Sağdan ve soldan limitler farklı olduğu için $f, x = 2$ noktasında süreksizdir.

Örnek:

$$f(x) = \begin{cases} 2x+a & , x > 1 \\ 5 & , x = 1 \\ ax+b & , x < 1 \end{cases}$$

$f(x)$ fonksiyonu \mathbb{R} de sürekli ise $(2a - b)$ kaçtır?

Çözüm:

Fonksiyon $x = 1$ noktasında sürekli olmalıdır.

$$f(1) = 5$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} (2x + a) = 5 \text{ olmalıdır.}$$

$$2 + a = 5 \Rightarrow a = 3$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} (ax + b) = 5 \text{ olmalıdır.}$$

$$3 \cdot 1 + b = 5$$

$$b = 2$$

$$2a - b = 6 - 2 = 4 \text{ tür.}$$

Örnek:

$$f: [-1, 3] \rightarrow \mathbb{R}$$

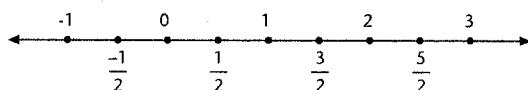
$f(x) = \lfloor 2x + 3 \rfloor$ fonksiyonu kaç noktada sürekli değildir.

Çözüm:

$ax + b$ fonksiyonu tam değer içini tamsayı yapan noktalarda süreksizdir.

$$\frac{1}{|a|} = \frac{1}{2}$$

süreksiz olduğu noktalar;



$$\left\{-\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, 2, \frac{5}{2}\right\} 7 \text{ noktada süreksizdir.}$$

Örnek:

$$f(x) = \left[\frac{1}{x^2 - 4} + \operatorname{Sgn}(x-3) \right] \text{ fonksiyonu kaç noktada süreksizdir.}$$

Çözüm:

$x^2 - 4 = 0$ için $x = \pm 2$ noktalarda tanımsız olduğu için süreksizdir.

$x - 3 = 0$, $x = 3$ bir kritik nokta olduğu için sürekli. O hâlde; 3 noktada süreksizdir.

Örnek:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4x + 3}{|x-1|} & , x < 1 \\ 2a+3 & , x=1 \\ a\lfloor 2x \rfloor + b & , x > 1 \end{cases}$$

tasında sürekli ise $a + b$ toplamı kaçtır?

Çözüm:

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(x-1)(x-3)}{-(x-1)} = -(1-3) = 2$$

$$f(1) = 2a+3 = 2 \Rightarrow a = -\frac{1}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} -\frac{1}{2} \lfloor 2x \rfloor + b = 2$$

$$-\frac{1}{2} \cdot 2 + b = 2 \Rightarrow b = 3 \text{ tür.}$$

$$a+b = -\frac{1}{2} + 3 = \frac{5}{2} \text{ dir.}$$

Trigonometrik Fonksiyonların Süreklliliği:

a) $f(x) = \sin x$ fonksiyonu $x \in \mathbb{R}$ de sürekli dir.

b) $f(x) = \cos x$ fonksiyonu $x \in \mathbb{R}$ de sürekli dir.

c) $f(x) = \tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$ fonksiyonu, $\cos x = 0$ için

$$x = (2k+1) \frac{\pi}{2} \text{ noktalarında süreksizdir.}$$

d) $f(x) = \cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$ fonksiyonu, $\sin x = 0$ nok-

talarında tanımsız ve bu noktalarda süreksizdir.

$x = k\pi$ noktalarında süreksiz,

$A = \mathbb{R} - \{x | x = k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ kumesinde sürekli dir.

Örnek:

$$f: [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}$$

$f(x) = \frac{2 + \cos x}{2 \sin x + 1}$ fonksiyonu kaç noktada sürekli değildir.

Çözüm:

$2 \sin x + 1 = 0$ ve $\sin x = -\frac{1}{2}$ noktalarında sürekli.

$x = \frac{7\pi}{6}$ ve $x = \frac{11\pi}{6}$ dir. O hâlde; iki noktada süreksizdir.

Örnek:

$f(x) = \frac{2\sin x}{\cos x - 2}$ fonksiyonunun sürekli olduğu kümeyi bulunuz.

Çözüm:

$$\cos x - 2 = 0 \text{ için } \cos x = 2$$

\emptyset olduğu için $f(x)$, \mathbb{R} de sürekli dir.

Örnek:

$$f(x) = \frac{x^3 + x^2 - 3}{x^2 - mx + m + 3} \text{ fonksiyonunun } \mathbb{R} \text{ de}$$

sürekli olması için m kaç olmalıdır?

Çözüm:

Rasyonel fonksiyonların sürekli olması için paydanın çözüm kümesi boş küme olmalıdır.

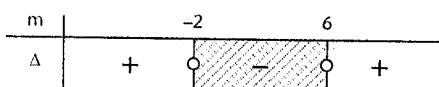
$x^2 - mx + m + 3 = 0$ denkleminin köklerinin olmaması gereklidir.

$$\Delta = b^2 - 4ac < 0 \text{ olmalıdır.}$$

$$\Delta = m^2 - 4 \cdot 1 \cdot (m + 3) < 0$$

$$m^2 - 4m - 12 < 0$$

$(m - 6)(m + 2) < 0$ dir. İşaret incelenirse;



Fonsiyon $-2 < m < 6$ aralığında sürekli dir.

Örnek:

$$f(x) = x^2 + \operatorname{Sgn}\left(\frac{x-2}{x+3}\right) + \frac{2x+1}{|\lfloor x \rfloor - 2} \text{ fonksiyonunun}$$

süreksiz olduğu kümeyi bulunuz.

Çözüm:

İşaret fonksiyonu kritik noktalarda süreksizdir.

$$\frac{x-2}{x+3} \text{ün kritik noktaları } x = 2 \text{ ve } x = -3 \text{ tür.}$$

$\frac{2x+1}{|\lfloor x \rfloor - 2}$ fonksiyonu, $|\lfloor x \rfloor - 2 = 0$ değerleri için süreksizdir.

$|\lfloor x \rfloor| = 2$ ve $2 \leq x < 3$ tür. Fonksiyon $[2, 3) \cup \{-3\}$ kümesinde süreksizdir.

Örnek:

$f(x) = |\lfloor (x - 3)^2 \rfloor + 1$ fonksiyonu $x = 3$ noktasında sürekli midir?

Çözüm:

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} |\lfloor (x - 3)^2 \rfloor + 1 = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} |\lfloor (x - 3)^2 \rfloor + 1 = 1$$

$$f(3) = 0 + 1 = 1$$

fonksiyon $x = 3$ te sürekli dir.

1. $\lim_{x \rightarrow -2^-} (x^3 - 2x - 1)$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -5 B) -4 C) 1 D) 2 E) 4

2. $f(x) = \begin{cases} 2x - 3 & , x > 3 \\ 5 & , x = 3 \\ 2x^2 - 1 & , x < 3 \end{cases}$ fonksiyonu için $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$ değeri kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 17 E) 18

3. Aşağıdaki eşitliklerden kaç tanesi doğrudur?

I - $\lim_{x \rightarrow 2^-} \lfloor x - 3 \rfloor = -1$ II - $\lim_{x \rightarrow 3^-} \text{Sgn} \lfloor x - 3 \rfloor = -1$

III - $\lim_{x \rightarrow 2^-} \lfloor x^4 \rfloor = 15$ IV - $\lim_{x \rightarrow 2^+} \lfloor -3x \rfloor = -7$

V - $\lim_{x \rightarrow 1^+} \text{Sgn} \lfloor x^2 + 4 \rfloor = 5$

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

4. $\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{4 - x^2}{\lfloor x + 2 \rfloor}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -6 B) -4 C) -2 D) 2 E) 4

5. $\lim_{x \rightarrow 3^-} (x^2 - 2x + \lfloor 2x \rfloor)$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

6. $\lim_{x \rightarrow 1} (2x^3 + |x - 3|)$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

7. $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{|x - 1|}{x - 1} \cdot (5x + 4)$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -9 B) -8 C) 0 D) 8 E) 9

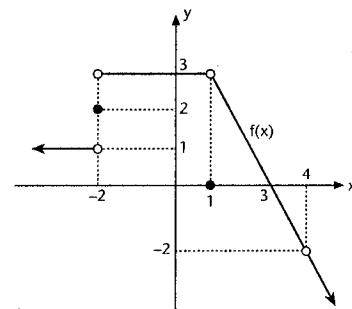
8. $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{\text{Sgn}(x^2 - 4)}{x + 2}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $-\frac{1}{2}$ B) $-\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{4}$ E) 1

9. $\lim_{x \rightarrow 0^+} (\lfloor 10x \rfloor^{\lfloor x \rfloor} + 2)$ değeri kaçtır?

- A) $-\frac{21}{2}$ B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

10. Şekildeki $f(x)$ fonksiyonunun grafiğine göre aşağıdakilerden kaç tanesi doğrudur?



I - $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = 1$

II - $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 3$

III - $\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = \text{yoktur.}$

IV - $f(1) = 3$

V - $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = 3$

VI - $f(-1) = 3$

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

11. $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{\lfloor x \rfloor^2 - 9}{x - 9}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 5 B) 3 C) 2 D) $\frac{6}{5}$ E) $\frac{5}{6}$

12. $\lim_{x \rightarrow -2^+} \left\{ \frac{x^2 - 4}{|x - 2|} + \text{Sgn}(x^2 + x - 2) + \lfloor 2x - 1 \rfloor \right\}$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -6 B) -5 C) -3 D) 2 E) 3

13. $\lim_{x \rightarrow 0^-} (\lfloor \pi \rfloor^{\lfloor x \rfloor} + \lfloor 2x \rfloor^{\lfloor 10x \rfloor})$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{3}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $-\frac{2}{5}$ D) $-\frac{2}{3}$ E) $\frac{1-\pi}{\pi}$

14. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{2x^2 + 3x}{|x|} + \text{Sgn}(x-1) - \lfloor -x \rfloor \right)$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -4 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

15. $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{\lfloor 2x + \lfloor 3x + 1 \rfloor \rfloor}{3x - 1}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 8

16. $\lim_{x \rightarrow 0^-} (\lfloor x - 1 \rfloor + \lfloor \sin x \rfloor)$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 1 B) 0 C) -1 D) -2 E) -3

17. $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} \left(\left[\frac{3x+2}{3} \right] + \frac{2x-1}{x+1} \right)$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

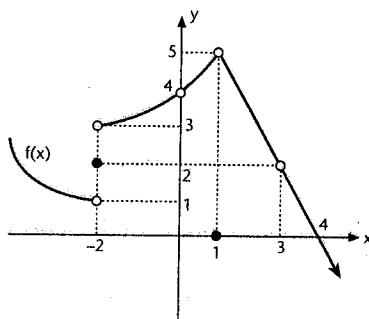
18. $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{\lfloor x \rfloor^{\lfloor x \rfloor}}{\lfloor -x \rfloor^{\lfloor -x \rfloor}}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 36 B) -1 C) -72 D) -96 E) -108

19. $\lim_{x \rightarrow 3^-} \lfloor x + \text{Sgn}(\lfloor 2x + 1 \rfloor) \rfloor$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

20. Şekilde $f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Aşağıdaki noktalardan hangisinde fonksiyonun limiti yoktur?

- A) -2 B) 0 C) 1 D) 3 E) 4

| | | | | | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1- A | 2- D | 3- C | 4- B | 5- D | 6- D | 7- A | 8- B | 9- D | 10- C |
| 11- E | 12- B | 13- D | 14- A | 15- A | 16- E | 17- B | 18- E | 19- B | 20- A |

1. $\lim_{x \rightarrow 3} \lfloor x^2 - 4 \rfloor$ ifadesinin limiti kaçtır?
 A) -1 B) 0 C) 1 D) 5 E) yoktur.

2. $\lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{x - \lfloor x \rfloor}{x - 4}$ ifadesinin değeri kaçtır?
 A) $-\infty$ B) -1 C) 0 D) 1 E) ∞

3. $\lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{\lfloor x \rfloor^2 - 25}{x - 5}$ ifadesinin değeri kaçtır?
 A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 5

4. $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{\lfloor x^2 \rfloor - 9}{x - 3}$ ifadesinin değeri kaçtır?
 A) $-\infty$ B) -1 C) 0 D) 1 E) $+\infty$

5. $\lim_{x \rightarrow 2^-} \left(\text{Sgn}(x^2 + 4) - \frac{x^2 - 4}{|x - 2|} \right)$ ifadesinin değeri kaçtır?
 A) -4 B) -3 C) 0 D) 4 E) 5

6. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x}{\lfloor x \rfloor} + 1 \right)$ ifadesinin değeri kaçtır?
 A) 0 B) 1 C) 2 D) 5 E) 6

7. $\lim_{x \rightarrow \left(\frac{\pi}{2}\right)^+} [\text{Sgn}(\sin x) + \text{Sgn}(\cos x)]$
 ifadesinin değeri kaçtır?
 A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

8. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} (\cos(\pi \cdot \tan x))$ ifadesinin değeri kaçtır?
 A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

9. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin x + 3 \cos x}{\cos x}$ ifadesinin değeri kaçtır?
 A) -1 B) 1 C) 3 D) 4 E) 5

10. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{2-x} + 2}{1 + \sqrt[3]{x^2 - 12}}$ ifadesinin değeri kaçtır?
 A) 4 B) 2 C) 1 D) -2 E) -4

11. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin(x-2)}{x^3-8}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{8}$ C) $\frac{1}{12}$ D) $\frac{1}{16}$ E) $\frac{1}{24}$

12. $\lim_{x \rightarrow y} \frac{\sin(x^2-y^2)}{y^3-x^3}$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{3x}{2}$ B) $\frac{2}{3x}$ C) $\frac{3y}{2}$ D) $-\frac{2}{3y}$ E) $-\frac{3y}{2}$

13. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3+mx^2+x+2}{x^2-x-2}$ ifadesi bir real sayı ise m kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) 1 D) 2 E) 3

14. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x + \tan 6x}{x - \sin 2x}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 10 B) 6 C) 4 D) -8 E) -10

15. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{5x^2-3x-2}{x^3-1}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{5}{2}$ B) $\frac{7}{2}$ C) $\frac{7}{3}$ D) 2 E) $-\frac{4}{3}$

16. $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt{x-3}}{x^2-81}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $-\frac{1}{9}$ B) $\frac{1}{9}$ C) $\frac{1}{18}$ D) $\frac{1}{108}$ E) $\frac{1}{112}$

17. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x + \sqrt{x^2 - 2x + 5}}{\sqrt{9x^2 + 3x + 1} + 2x}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -6 B) -4 C) 4 D) 8 E) 12

18. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{3^x} + 5^x \right)$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) 1 D) $\frac{4}{3}$ E) 2

19. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{4x^2 - 5x + 2} - 2x \right)$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{5}{2}$ B) $\frac{4}{3}$ C) $-\frac{3}{2}$ D) $-\frac{5}{4}$ E) $-\frac{7}{2}$

20. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{12}{3x+1} \right)^{5x+4}$ ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) e^4 B) e^{12} C) e^{20} D) e^{45} E) e^{60}

| | | | | | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1- E | 2- D | 3- B | 4- E | 5- E | 6- E | 7- B | 8- B | 9- C | 10- E |
| 11- C | 12- D | 13- A | 14- E | 15- C | 16- D | 17- B | 18- C | 19- D | 20- C |

1. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 + 3x - 4}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $-\frac{3}{5}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{2}{3}$ D) 2 E) 3

2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(m-6)x^3 + 3x^2 - 1}{2x^2 + x + 2mx^3} = 2$ ise m kaç olmalıdır?

- A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) 10

3. $\lim_{x \rightarrow -\frac{3}{2}} (\lfloor x + 4 \rfloor + \text{Sgn}(x^2 + 1))$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -2 B) 1 C) 3 D) 5 E) 8

4. $\lim_{x \rightarrow -2^+} [\lfloor x + 1 - \lfloor 3x - 1 \rfloor \rfloor]$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -4 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

5. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 2\sqrt{x-1}}{4 - x^2}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) -2 E) -4

6. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(3x - \sqrt{9x^2 + 2x - 5} \right)$ değeri kaçtır?

- A) $-\frac{1}{3}$ B) -1 C) 0 D) 2 E) ∞

7. $\lim_{x \rightarrow p} \frac{\sin x - \sin p}{x - p}$ ifadesinin değeri aşağıdaki lerden hangisidir?

- A) -1 B) 1 C) p D) $\sin p$ E) $\cos p$

8. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x^2 - 2x + 4}{x - 1}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -5 B) -3 C) -1 D) 0 E) 4

9. $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2 + 5x - 3}{x^2 + 2x - 3}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{7}{5}$ C) $\frac{7}{4}$ D) $\frac{4}{5}$ E) 2

10. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x + \tan 5x}{\tan 3x}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) $\frac{5}{2}$ D) 3 E) 4

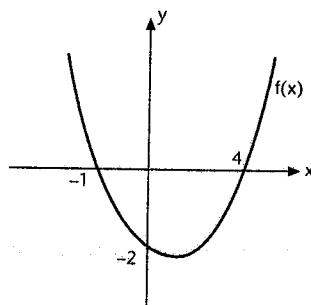
11. $m < n$ için $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{m^x - n^x}{m^x + n^x}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

12. $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{2x}{x^2 - 4} - \frac{1}{x-2} \right)$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 3 D) 4 E) 5

13.



Şekilde $f(x)$ fonksiyonunun grafiği verildiğine göre, $\lim_{x \rightarrow 0} [f(x) \cdot \text{Sgn}(2f(x))]$ ifadesinin eşiti kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

14. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 - (3x - 4)^5}{9x^5 + 3x^2 - 2}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -27 B) -9 C) -3 D) 1 E) 3

15. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n} \right)^{n/3}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) ∞ B) 1 C) e D) $\sqrt[3]{e}$ E) \sqrt{e}

16. $x \in (-\infty, 0]$ olduğuna göre $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{2 + 3^{1/x}}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $-\frac{1}{2}$ B) 0 C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{2}$ E) yoktur.

17. $\lim_{x \rightarrow 0} (2x \cot 3x)$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) 1 D) $\frac{3}{2}$ E) 2

18. $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\tan(x^2 - \pi^2)}{\tan(\pi - x)}$ ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -2π B) -1 C) 0 D) π E) 2π

19. $\lim_{x \rightarrow 0} (\sin x \cdot \cot x)$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) 1
D) 2 E) limit yok

20. $\lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{\cos 2x}{\sin x - \cos x}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $-\sqrt{2}$ B) 0 C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) $\sqrt{2}$

| | | | | | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1- A | 2- A | 3- C | 4- E | 5- A | 6- A | 7- E | 8- A | 9- C | 10- D |
| 11- B | 12- A | 13- E | 14- A | 15- D | 16- D | 17- B | 18- A | 19- C | 20- A |

1. $\lim_{x \rightarrow 2^+} \left(\frac{|2-x|}{2-x} + 2x \right)$ ifadesinin değeri kaçtır?
 A) 0 B) 1 C) 3 D) 4 E) 5

2. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x - 2}$ ifadesinin değeri kaçtır?
 A) -2 B) 0 C) 3 D) 4 E) 12

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x + \sin 4x}{(\tan x) + x}$ ifadesinin değeri kaçtır?
 A) 0 B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) 2 E) 3

4. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{a-x-4}}{x-3}$ ifadesinin limiti reel sayı ise a kaçtır?
 A) 9 B) 12 C) 15 D) 19 E) 25

5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x|}{x} \sin x$ ifadesinin değeri kaçtır?
 A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

6. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{(\cos 2x)+1}{(\sin x)-1}$ ifadesinin değeri kaçtır?
 A) -4 B) -2 C) 0 D) 1 E) 2

7. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{x} \right)^{3x}$ ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?
 A) e B) 1 C) e^2 D) e^3 E) 3

8. $\lim_{a \rightarrow x} \frac{x^2 + 3xa - 4a^2}{x-a}$ ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?
 A) 0 B) 1 C) $3x$ D) $4x$ E) $5x$

9. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4x^2 - 3x + 2} + 2x}{4x-3}$ ifadesinin değeri kaçtır?
 A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

10. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n! + (n+1)!}{n! - (n+1)!}$ ifadesinin değeri kaçtır?
 A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) ∞

11. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(m-1)x^2 + 2x^2 + 3x + 4}{2x^2 - 4x + 1} = 3$ ise m kaçtır?
 A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 8

12. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\frac{1}{3+3^x}}{\frac{1}{4+3^x}}$ ifadesinin değeri kaçtır?
 A) $-\frac{1}{2}$ B) 0 C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{3}{4}$ E) ∞

13. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\sqrt{x^2 - mx + 2} - \sqrt{x^2 - x + 3} \right) = 2$ ise m kaçtır?
 A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

14. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2^x + 2^{-x}}{2^x - 2^{-x}}$ ifadesinin değeri kaçtır?
 A) $-\infty$ B) -1 C) 0 D) 1 E) ∞

15. $\lim_{x \rightarrow \infty} x \ln \left(1 + \frac{2}{x} \right)$ ifadesinin değeri kaçtır?
 A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

16. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+5}{3x+2} \right)^{7x-1}$ değeri aşağıdakilerden hangisidir?
 A) e^2 B) e^3 C) e^5 D) e^7 E) e^{21}

17. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4-5^x}{2+5^{x+1}}$ ifadesinin limiti kaçtır?
 A) -2 B) $-\frac{1}{5}$ C) $\frac{1}{5}$ D) $\frac{1}{2}$ E) 2

18. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3}{\sin^3 3x}$ ifadesinin değeri kaçtır?
 A) $\frac{1}{27}$ B) $\frac{1}{9}$ C) $\frac{1}{3}$ D) 3 E) 27

19. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\ln \sqrt{e^2 x^2 + 4x - 1} - \ln \sqrt{x^2 + 5x + 1} \right)$
 ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

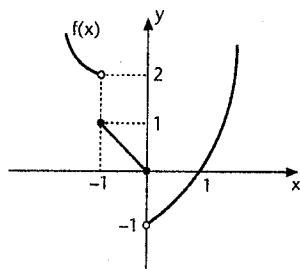
A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) e D) e^2 E) e^3

20. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}} - \sqrt{x} \right)$
 ifadesinin değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) 2 E) 4

| | | | | | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1- C | 2- E | 3- E | 4- D | 5- B | 6- A | 7- D | 8- E | 9- B | 10- A |
| 11- C | 12- D | 13- E | 14- D | 15- E | 16- D | 17- B | 18- A | 19- B | 20- B |

1.



$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ şekilde grafiği verilen $f(x)$ fonksiyonu için, aşağıdakilerden hangisi yanlışlıtır?

- A) $f(x)$, örten değildir.
 B) $f(x)$, $x=1$ de sürekli.
 C) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$
 D) $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = 2$
 E) $f(x)$, birebir değildir.

2. $f(x) = \frac{|x^2 - 9|}{x^2 - 9} + \frac{1}{x^2 - 4}$ fonksiyonu aşağıdaki noktalardan hangisinde sürekli?

- A) -3 B) -2 C) 0 D) 2 E) 3

3. $f(x) = \begin{cases} x^2 - mx + 2, & x > 1 \\ 3 & , & x = 1 \\ 3nx + 6 & , & x < 1 \end{cases}$ fonksiyonu \mathbb{R} de sürekli ise $(m - n)$ değeri kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

4. $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 8}{x - 2} & , x \neq 2 \\ m & , x = 2 \end{cases}$ fonksiyonunun $x = 2$ noktasında sürekli olması için m kaç olmalıdır?

- A) 0 B) 4 C) 8 D) 12 E) 16

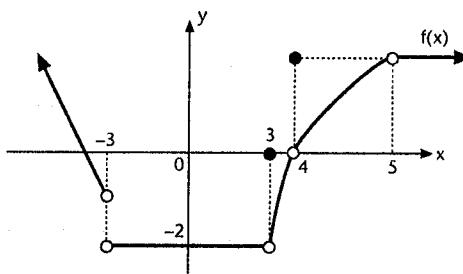
5. $f(x) = \frac{x^3 + 2x - 1}{mx^2 + mx + 1}$ fonksiyonu m nin kaç tane pozitif tam sayı değeri için daima sürekli?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) ∞

6. $f(x) = \begin{cases} 4x - a, & x < 1 \\ 2 \cdot b, & x = 1 \\ x^2 + b, & x > 1 \end{cases}$ fonksiyonunun $x = 1$ noktasında sürekli olması için $(a + b)$ kaç olmalıdır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

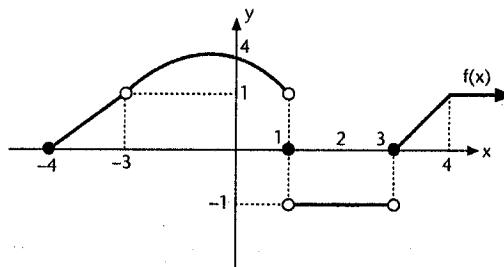
7.



Yukarıda grafiği verilen f fonksiyonu kaç noktada süreksizdir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

8.



$f: [-4, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$

Şekilde grafiği verilen f fonksiyonu için, $\{-4, -3, 0, 1, 2, 3\}$ noktalarında var olan limitleri toplamı kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

9. Aşağıdakilerden hangisi \mathbb{R} de sürekli değildir?

- A) $y = \sin x$ B) $y = \cos x + \sin x$
 C) $y = \sin 2x$ D) $y = \tan x$ E) $y = \cos 5x$

10. $f(x) = \begin{cases} 3x + a, & x > 2 \\ 1, & x = 2 \\ x - b, & x < 2 \end{cases}$ fonksiyonunun $x = 2$ noktasında sürekli olması için $(2b - a)$ değeri kaç olmalıdır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

11. $f(x) = \begin{cases} x + 2, & x > 2 \\ x^2 - x + b, & x = 2 \\ \frac{a}{x^2 + 1}, & x < 2 \end{cases}$ fonksiyonunun $x=2$ noktasında sürekli olması için $\frac{a}{b}$ kaç olmalıdır?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

12. $f(x) = \frac{1}{x-3} + |x^2 - 4| + \text{Sgn}(x^2 - 1)$ ile tanımlı $f(x)$ fonksiyonu kaç noktada süreksizdir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

13. $f: [-3, 10] \rightarrow \mathbb{R}$ tanımlı $f(x) = \left[\frac{1}{2}x + 3 \right]$ fonksiyonu verilen aralıkta kaç noktada süreksizdir?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 8

14. $f(x) = \llbracket (x - 2)^2 \rrbracket$ fonksiyonu aşağıdaki noktaların hangisinde sürekliidir?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

15. $f(x) = \llbracket 2x + 5 \rrbracket$ fonksiyonu $(-1, 4)$ aralığında kaç noktada süreksizdir?

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

16. $f(x) = \frac{1 - \sin x}{2 + \cos x}$ fonksiyonunun sürekli olduğu en geniş küme aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{-2\}$ B) \mathbb{N} C) \mathbb{Q} D) \mathbb{R} E) \mathbb{Z}

17. $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$ foksiyonu hangi aralıkta sürekli dir?

- A) $[2, \infty]$ B) $(-\infty, -2]$ C) \mathbb{R}
D) $(-2, 2)$ E) $[-2, 2]$

18. $f(x) = \frac{x^3}{x^2 + 4x + m + 1}$ fonksiyonu bir noktada süreksiz olduğuna göre m kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

19. $f(x) = 2^{\frac{1}{x-3}}$ fonksiyonunun süreksiz olduğu noktanın apsis'i aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

20. $f(x) = \begin{cases} 2x + 1, & x \geq 2 \\ \llbracket a + 3 \rrbracket, & x < 2 \end{cases}$ fonksiyonu $x = 2$ noktasında sürekli olduğuna göre a hangi araliktadır?

- A) $[1, 2)$ B) $[1, 3)$ C) $[1, 4)$ D) $[2, 3)$ E) $[3, 4)$

| | | | | | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1- C | 2- C | 3- C | 4- D | 5- B | 6- B | 7- D | 8- C | 9- D | 10- D |
| 11- E | 12- C | 13- D | 14- E | 15- C | 16- D | 17- E | 18- B | 19- D | 20- D |

1. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 + 3x + 7}{x^2 + 1}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 3 B) $\frac{7}{2}$ C) 4 D) 6 E) 8

2. $\lim_{x \rightarrow 2^-} \left(\frac{|x^2 + x - 6|}{x+3} + 5x \right)$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 8 E) 10

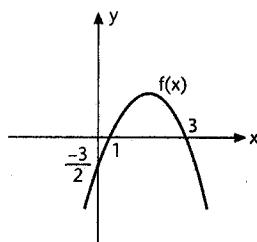
3. $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{2x+3}{\text{Sgn}(x^2-9)}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -9 B) -8 C) -6 D) 6 E) 9

4. $\lim_{x \rightarrow -2^-} (\lfloor 2x \rfloor + \lfloor x - 3 \rfloor^2 - 7)$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 18 B) 20 C) 24 D) 28 E) 30

5. Şekilde $f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmişdir. $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) / \lfloor f(x) \rfloor$ ifadesinin değeri kaçtır?



- A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

6. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{(2 - \sqrt{a-x})}{x-4}$ limiti bir reel sayı ise bu sayı kaçtır?

- A) 8 B) 4 C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{8}$

7. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{x^2 - 3x + 2} - \sqrt{x^2 + 5x - 7} \right)$

ifadesinin değeri kaçtır?
A) -6 B) -4 C) -2 D) 2 E) 4

8. $\lim_{x \rightarrow a} \left(\frac{\sin 3x - \sin 3a}{\sin(3x-3a)} \right)$ ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{\sin 3a}{3}$ B) $\frac{\cos 3a}{3}$ C) $2\cos 3a$
D) $\cos 3a$ E) 0

9. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(5 - 2x \cdot \sin \frac{1}{x} \right)$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -2 B) 1 C) 3 D) 4 E) 5

10. $f(x) = \begin{cases} m x - 3, & x > 2 \\ \left[\frac{x^2 + 12}{3} \right], & x = 2 \\ n x - m, & x < 2 \end{cases}$, şeklinde tanımlı $f(x)$ fonksiyonu $x = 2$ noktasında sürekli ise n kaçtır?

- A) 4 B) $\frac{9}{2}$ C) 5 D) $\frac{11}{2}$ E) 6

| | | | | | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|------|
| 1-D | 2-E | 3-A | 4-C | 5-E | 6-D | 7-B | 8-D | 9-C | 10-B |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|------|

1. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 7x + 4}{x^3 - 1}$ ifadesinin değeri kaçtır?
 A) -1 B) $-\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{2}$ E) 2

2. $\lim_{x \rightarrow 2^-} \left(\frac{|4-x^2|}{x-2} + \lfloor 3x - 2 \rfloor + \text{Sgn}(3x-6) \right)$
 ifadesinin değeri kaçtır?
 A) -2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 7

3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3 \cdot 2^x - 2^{-x}}{2^x + 2^{-x}}$ ifadesinin değeri kaçtır?
 A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

4. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 - 3x + 4} + \sqrt{9x^2 - 5x + 1}}{\sqrt{4x^2 + 2x + 1} + \sqrt{x^2 - x + 1}}$ değeri kaçtır?
 A) $-\frac{2}{3}$ B) -1 C) $\frac{4}{3}$ D) $\frac{3}{2}$ E) 2

5. $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{x-2} - \frac{4}{x^2 - 4} \right)$ ifadesinin değeri kaçtır?
 A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $-\frac{1}{2}$ E) $-\frac{1}{4}$

6. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \left(\frac{\sin^2 x - \cos^2 x}{\cos x - \sin x} \right)$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) $-\sqrt{2}$ B) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ C) 0 D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E) $2\sqrt{2}$

7. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x + \sin 3x}{4x + \tan 2x} \right)$ ifadesinin değeri kaçtır?
 A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) 1 D) $\frac{3}{2}$ E) $\frac{5}{2}$

8. $\lim_{x \rightarrow a} \left(\frac{x^2 - 3ax + 2a^2}{a^2 - x^2} \right)$ ifadesinin değeri kaçtır?
 A) $-\frac{1}{2}$ B) $-\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) 2

9. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{2x-4} \right)^{4x+7}$ ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?
 A) $-\frac{1}{e^2}$ B) e^2 C) e^4 D) e^6 E) e^8

10. $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 6}{x^2 + 2x + m - 2}$ fonksiyonu R de sürekli olduğuna göre m aşağıdakilerden hangisi olabilir?
 A) -2 B) 1 C) 2 D) 3 E) 5

| | | | | | | | | | |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|-------|
| 1- B | 2- A | 3- E | 4- C | 5- B | 6- A | 7- B | 8- C | 9- D | 10- E |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|-------|